புள்ளியியல் செய்முறை மாதிரிகள்

– சௌந்தர பாண்டியன் (வ. சு)

தி.பா.நி. (க. வெ.) வரிசை எண்—796

யியல் செய்முறை மாதிரிகள்

(இரண்டாம் பாகம்)

பாடத் திட்டத்தின்படி வெளியிடப்படுகிறது)

ஆசிரியர்

சௌந்தர பாண்டியன், எம். எஸ்சி.,
உதவிப் பேராசிரியர்,
ளியியல் துறை, மாநிலக் கல்லூரி,
சென்னை.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—March, 1978
Number of Copies—2000
T.N.T.B.S. (C.P.) No. 796

STATISTICS - PRACTICAL EXERCISES (Part-II)

V. S. SOUNDARA PANDIAN

Price Rs. 9-15.

Published by the Tamilnadu Textbook Society under the Centrally sponsored scheme of production of books and literature in regional languages at the University level of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture) New Delhi.

This book has been printed on concessional paper made available by the Government of India.

Printed by
Vijayakumar Printing Works
17, Ashtabujam Road,
Choolai, Madras-600007

அணிந்துரை

(திரு. செ. அரங்கநாயகம், தமிழகக் கல்வி அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பதினோராண்டு கள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் இளங்கலை வகுப்புவரை மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழிலேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர் களின் ஊக்கம் பிற பல துறைகளில் தொண்டு செய்வோர் இதற் கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித்தர முன்வந்துள்ள நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத்திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மன நிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ் வகையில் கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்களுக்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவை யான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகமும் சென்னைப் பல்கலைக்கழகமும் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெரு முயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

வரலாற்றியல், அரசியல், உளவியல், பொருளியல், மெய்ப் பொருளியல், புவியியல், புவியமைப்பியல், மனையியல், கணித வியல், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவரவியல், பொறியியல், சட்டவியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் மூலநூல்கள், மொழிபெயர்ப்பு நூல்கள் என்று இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் நூல்களை வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான புள்ளியியல் செய்முறை மாதிரிகள்—(இரண்டாம் பாகம்) என்னும் இந் நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் 796ஆவது வெளியீடாகும். கல்லூரித் தமிழ்க் குழுவின் சார்பில்வெளியான 35 நூல்களையும் சேர்த்து இதுவரை 831 நூல்கள் வெளிவந்துள்ளன. இந் நூல் மைய அரசு, கல்வி, சமூக நல அமைச்சகத்தின் 'மாநில மொழியில் பல்கலைக்கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்ட'த்தின்கீழ் வெளியிடப்படுகிறது.

தமிழில் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும் என்பதே நம் குறிக்கோளாகும். கல்லூரிகளிலும் பல்கலைகழகங்களிலும் கலையியற் பாடங்களையும், அறிவியற் பாடங்களையும், தொழில்நுட்ப அறிவுப் பாடங்களையும் பயிலுகின்ற மாணவர்கள், அவற்றைத் தமிழில் பயில வேண்டும் என்பதை வலியுறுத்தி வருவதற்குக் காரணம், தமிழறிவு வளர வேண்டும் என்பதைவிட, தமிழ் மக்களின் அறிவு ஆற்றல் எளிதாக, விரைவாக வளரவேண்டும் என்பதுதான். 'எதிலும் தமிழ்; எங்கும் தமிழ்' என்னும் குறிக்கோளை நிறைவேற்ற வேண்டிய கடப்பாடு தமிழக ஆசிரியப் பெருமக்களையும் மாணவர்களையும் சார்ந்த தாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக்கழகங்களின் பல்வகை உதவி களுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம்கலந்த நன்றி உரித்தாகுக.

செ. அரங்கநாயகம்

பொருளடக்கம்

(இரண்டாம் பாகம்)

6. வளைகோடு பொருத்தல்

(Curve Fitting)

குறைந்த வர்க்கக் கொள்கை

நேரில் கண்டறிந்த ஜோடி மதிப்புகள் (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)..........$(x_n\ y_n)$ என்பனவாக இருக்கட்டும்.

இம் மதிப்புகளுக்குப் பொருத்தப்படவேண்டிய பரவளைவு (Parabola) p மானம் உடைய கீழ்க்காணும் சமன்பாடாக இருக்கட்டும்.

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots\dots + a_p x^p \qquad \dots(1)$$

இங்கு $a_0; a_1; a_2; \dots\dots a_p$ என்ற $(p + 1)$ மாறாத எண்களின் மதிப்பைக் கண்டறிய விரும்புகிறோம். y-ன் நேரில் கண்ட மதிப்பு y_i ஆகும். மேற்கண்ட சமன்பாடு (1)-லிருந்து கண்ட கணக்கு மதிப்புகள்

$$Y_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots\dots + a_p x_1^p$$
$$Y_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \dots\dots + a_p x_2^p \dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$Y_n = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots\dots + a_p x_n^p$$

என்பனவாகும். அல்லது, பொதுவாக

$$y_i' = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots\dots + a_p x_i^p \qquad \dots(2)$$

$n > p$ என இருப்பின், $y_1, y_2, \dots\dots, y_n$ என்ற $(p + 1)$ மாறாத எண்களின் பொருத்தமான மதிப்பை, மேற்கண்ட n-சமன்பாடுகள் சாதாரணமாகக் கொடுக்காது. உண்மையில் $(p + 1)$ மாறா எண்களின் மதிப்பைக் கண்டறிய $(p + 1)$ சமன்பாடுகளை விரும்புகிறோம். இக் கடினத் தன்மையைக் **குறைந்த வர்க்கக் கொள்கை முறையைப்** பயன்படுத்தித் தீர்க்கிறோம்.

இக் கொள்கைப்படி

$S = \Sigma\ (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 \dots\dots a_p x_i^p)^2$ அல்லது $S = \Sigma\ (y_i - Y_1)$ என்பது மிகக் குறைந்த மதிப்புடையதாக இருக்கவேண்டும்.

இங்கு வித்தியாசம் $(y_i - Y_1)$ என்பதை எச்சம் (Residuals) எனக் கூறுகிறோம். S என்ற மதிப்பு குறைந்த மதிப்புடையதாக இருக்க, தேவைப்படும் நிபந்தனை,

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \frac{\partial S}{\partial a_1} = \frac{\partial S}{\partial a_2} = \ldots\ldots = \frac{\partial S}{\partial a_p} = 0$$ என்பதாகும்.

சுலபப்படுத்திய பின்பு :

$$\Sigma y_i = na_0 + a_1 \Sigma x_i + \ldots\ldots\ldots + a_p \Sigma x_i^p$$

$$\Sigma x_i y_i = a_0 \Sigma x_i + a_1 \Sigma x_i^2 + \ldots\ldots\ldots + a_p \Sigma x_i^{p+1}$$

....

$$\Sigma x_i^p y_i = a_0 \Sigma x_i^p + a_1 \Sigma x_i^{p+1} + \ldots\ldots\ldots + a_p \Sigma x_i^{2p+1}$$

என்பவையாகும்.

மேற்கண்ட $(p+1)$ சமன்பாடுகளை **இயல் சமன்பாடுகள்** எனக் கூறுகிறோம். ஏககாலச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதுபோல், மேற்கண்ட $(p+1)$ சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து, தேவைப்பட்ட $(p+1)$ மாறா எண்களின் மதிப்பைக் கண்டறியலாம்.

நிகழ்ச்சி I

நேர்கோட்டினைப் பொருத்தல்: முதல் மானமுடைய நேர்கோடு வளைகோட்டை $(y = a_0 + a_1 x)$ மேற்கண்ட குறைந்த வர்க்கக் கொள்கைப்படி பொருத்தினால் கிடைக்கும் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na_0 + a_1 \Sigma x$$

$$\Sigma xy = a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2$$

என்பனவாகும்.

இவ்விரண்டு சமன்பாடுகளையும் தீர்த்து, a_0, a_1 என்ற மாறா எண்களின் மதிப்புகளைக் கண்டறிகிறோம்.

நிகழ்ச்சி II

இரு மானப் பரவளைவுச் சமன்பாட்டை $(y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2)$ மேற்கண்ட குறைந்த வர்க்கக் கொள்கைப்படி பொருத்தினால் கிடைக்கும் இயல் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na_0 + a_1 \Sigma x + a_2 \Sigma x^2$$

$$\Sigma xy = a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 + a_2 \Sigma x^3$$

$$\Sigma x^2 y = a_0 \Sigma x^2 + a_1 \Sigma x^3 + a_2 \Sigma x^4$$

என்பனவாகும். இம் மூன்று சமன்பாடுகளையும் தீர்த்து, வேண்டிய a_0, a_1, a_2 என்ற மாறா எண்களைக் கணக்கிடலாம்.

மாதிரி 368

x ஐச் சார்பிலா மாறியாகக் கொண்டு கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு நேர்கோட்டைப் பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	1·8	3·3	4·5	6·3

(எம்.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1949)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோடு கீழ்க்காணும் நேர்கோடாக இருக்கட்டும்.

$$y=(a+bx)$$

a, b-களைக் கண்டறிய உதவும் இயல் சமன்பாடுகள் (Normal Equations):

$$\Sigma y=(na+b\,\Sigma x)$$

இங்கு, n=கொடுக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$\Sigma xy=(a\,\Sigma x+b\quad x^2)$$

Σx; Σy; Σxy; Σx^2 ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல்:

x	y	xy	x^2
0	1	0	0
1	1·8	1·8	1
2	3·3	6·6	4
3	4·5	13·5	9
4	6·3	25·2	16
Σx = 10	Σy = 16·9	Σxy = 47·1	Σx^2 = 30

ஆகவே, மேலே கொடுக்கப்பட்ட இயல் சமன்பாடுகள் கீழ்க் கண்டவாறு ஆகின்றன.

$$16{\cdot}9 = 5a + 10b \qquad \ldots(1)$$
$$47{\cdot}1 = 10a + 30b \qquad \ldots(2)$$

சமன்பாடு (1) ஐ இரண்டால் பெருக்கி (2) ஆவது சமன்பாட்டிலிருந்து கழிக்கவேண்டும். ஆகவே,

$$47{\cdot}1 = 10a + 30b$$
$$33{\cdot}8 = 10a + 20b$$
$$13{\cdot}3 = 10b$$
$$b = \frac{13{\cdot}3}{10}$$
$$= 1{\cdot}33$$

$b = 1{\cdot}33$ என்பதை முதல் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டால்,

$$5a = 16{\cdot}9 - 13{\cdot}3$$
$$= 3{\cdot}6$$
$$\therefore a = \frac{3{\cdot}6}{5}$$
$$= 0{\cdot}72$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y = 0{\cdot}72 + 1{\cdot}33x$$

மாதிரி 369

ஒரு கன்றுக்குட்டியின் எடை வார இடைவெளிகளில் எடுக்கப்பட்டபோது குறிக்கப்பட்ட எடைகள் கீழே தரப் பட்டுள்ளன. குறைந்த வர்க்கக் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி ஒரு நேர் கோட்டு வரையைப் பொருத்திக் காட்டு.

வார இடைவெளி x	1	2	3	4	5
எடை y	52·5	58·7	65·0	70·2	75·4
வார இடைவெளி x	6	7	8	9	10
எடை y	81·1	87·2	95·5	102·2	108·4

(பி.ஏ.—சென்னை—1945)

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட x மாறி, சம இடைவெளியைக் கொண்டும், இரட்டைப் படை எண் 10-ஐக் கொண்டுமுள்ளது. மற்றும் x மாறியின் மதிப்புகளின் மத்திய மதிப்பு 5·5 என்று இருக்கிறது. ஆகவே, இங்கு மூலத்தையும் பிரதி அளவையும் (Scale) x மாறிக்கு மாற்றிக் கணக்கிட்டு நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டின் a, b மதிப்புகளைக் காண்கிறோம்.

Σu; Σy; Σuy; Σu^2 ஆகிய மதிப்புகளைக் கணக்கிடல்:

x	$u = \left(x - \frac{5\cdot5}{0\cdot5}\right) = (2x-11)$	y	uy	u^2
1	−9	52·5	−472·5	81
2	−7	58·5	−410·9	49
3	−5	65·0	−325·0	25
4	−3	70·2	−210.6	9
5	−1	75·4	−75·4	1
6	1	81·1	81.1	1
7	3	87·2	261·6	9
8	5	95·5	477·5	25
9	7	102·2	715·4	49
10	9	108·4	975·6	81
மொத்தம்	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 796\cdot2$	$\Sigma uy = 1016\cdot8$	$\Sigma u^2 = 330$

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வளை

$$y = a + b\,x$$

இங்கு $u = (2x-11)$ என இருக்கும்படி x-மாறியின் மதிப்புகளுக்குப் பதில் புதிய u-மாறியைக் கொண்டு பொருத்தப்படும் நேர்கோட்டு வளையின் சமன்பாடு

$$y = a + bu$$ என்பதாகும்.

a, b மதிப்புகளைக் கண்டறிய உதவும் இயல் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma y = na + b\,\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\,\Sigma u + b\,\Sigma u^2$$

Σu, Σy, Σuy, Σu^2 என்ற மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு :

$$796{\cdot}2 = 10a + (0 \times b)$$
$$= 10a$$
$$1016{\cdot}8 = (0 \times a) + 330b$$
$$= 330b$$

ஆகவே, $10a = 796{\cdot}2$

$$\therefore a = 79{\cdot}62$$
$$330\, b = 1016{\cdot}8$$
$$\therefore b = 3{\cdot}08$$

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட நேர் கோட்டு வளை:

$$y = 79{\cdot}62 + 3{\cdot}08u$$
$$= 79{\cdot}62 + 3{\cdot}08\,(2x - 11)$$
$$= 79{\cdot}62 + 6{\cdot}16x - 33{\cdot}88$$
$$= 45{\cdot}74 + 6{\cdot}16x$$

ஆகவே பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வளை

$y = 45{\cdot}74 + 6{\cdot}16x$ என்பதாகும்.

மாதிரி 370

x ஐச் சார்பிலா மாறியாகக் கொண்டு, கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஒரு நேர்கோட்டு வளையைப் பொருத்துக.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	39·8	35·2	31·9	34·6	33·8	27·0	31·6

(பி.ஏ.—சென்னைப்பல்கலைக்கழகம்—1944)

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வளை :

$$y = x + b\,x$$

a, b-க்களைக் கணக்கிட்டறிய உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma y = n\,a + b\,\Sigma x$$
$$\Sigma xy = a\,\Sigma x + b\,\Sigma x^2$$

Σu; Σy; Σuy; Σu^2 ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல்:

x	$u = (x-4)$	y	uy	u^2
1	− 3	39·8	− 119·4	9
2	− 2	35·8	− 71·6	4
3	− 1	31·9	− 31·9	1
4	0	34·6	0	0
5	1	33·8	33·8	1
6	2	27·0	54·0	4
7	3	31·6	94·8	9
மொத்தம்	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 234·5$	$\Sigma uy = -40·3$	$\Sigma u^2 = 28$

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வளை

$$y = a + bu$$

இங்கு, $u = (x - 4)$

a, b ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் கணக்கிட உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கணக்கிட்ட Σu; Σy; Σuy; Σu^2 மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்ட பின்பு,

$$234·5 = 7a + (b \times 0)$$
$$-40·3 = (a \times 0) + (b \times 28)$$

ஆகவே, $7a = 234·5$

$$a = \frac{234·5}{7}$$
$$= 33·5$$
$$28b = -40·3$$
$$b = \frac{-40·3}{28}$$
$$= -1·44$$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$\begin{aligned} y &= 33{\cdot}5 - 1{\cdot}44u \qquad \ldots(1) \\ &= 33{\cdot}5 - 1{\cdot}44(x-4) \\ &= 33{\cdot}5 - 1{\cdot}44x + 5{\cdot}76 \\ &= 39{\cdot}26 - 1{\cdot}44x \end{aligned}$$

ஆகையால் பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வளை } $y = 39{\cdot}26 - 1{\cdot}44x$ ஆகும்.

மாதிரி 371

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங் களுக்கு நேர்கோட்டு வளையைப் பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	46	30	16	8	4	3	2	1

(பி எஸ்ஸி.—சென்னை—1961)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட x மாறி, சம இடைவெளியைக் கொண்டும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையைப் (8 தடவை) பெற்றும் வருகிறது. x மாறியின் மத்திய மதிப்பு 3·5 ஆகும். எனவே, கீழ்க்காணும் முறையில் நேர்கோடு பொருத்துகிறோம்.

x	$u\left(=\frac{x-3{\cdot}5}{0{\cdot}5}\right)$	y	uy	u^2
0	−7	46	−322	49
1	−5	30	−150	25
2	−3	16	− 48	9
3	−1	8	− 8	1
4	1	4	4	1
5	3	3	9	9
6	5	2	10	25
7	7	1	7	49
	0	110	498	168

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வளை

$$y = a + bx$$

இங்கு $u = (2x-7)$ என இருக்கும்படி x-மாறியின் மதிப்புகளுக்குப் பதில் u-மாறியைக் கொண்டு பொருத்தப்படும் நேர்கோட்டு வளையின் சமன்பாடு

$y = a + bu$ என்பதாகும்.

a, b மதிப்புகளைக் கண்டறிய உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

$\Sigma u, \Sigma y, \Sigma uy, \Sigma u^2$ என்ற மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$110 = 8a + (b \times 0)$$
$$= 8a$$
$$498 = a(0) + 168b$$
$$= 168b$$
$$8a = 110$$
$$\therefore a = \mathbf{13{\cdot}75}$$
$$168b = 498$$
$$\therefore b = \mathbf{2{\cdot}96}$$

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட நேர் கோட்டு வளை :

$$y = 13{\cdot}75 + 2{\cdot}96u$$
$$= 13{\cdot}75 + 2{\cdot}96(2x-7)$$
$$= 13{\cdot}75 + 5{\cdot}92x - 20{\cdot}72$$
$$= -6{\cdot}93 + 5{\cdot}92x$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வளை

$$y = \mathbf{-6{\cdot}93 + 5{\cdot}92}x$$

மாதிரி 372

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட நேர் கோட்டு வளை $y = 0{\cdot}7x + 11{\cdot}28$ எனக் காட்டு.

x	0	5	10	15	20	25
y	12	15	17	22	24	30

(பி.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1963)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட x மாறி சம இடைவெளியைக் கொண்டும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையில் (6 தடவை) மதிப்புகளைப் பெற்றும் வருகிறது. மற்றும் x மாறியின் மதிப்புகளின் மத்திய மதிப்பு 12·5 என்றும் இருக்கிறது. ஆகவே, x மாறியின் மூலத்தையும் பிரதியளவையும் மாற்றிக் கணக்கிட்டு நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டின் a, b மதிப்புகளைக் காண்கிறோம்.

$\Sigma u; \Sigma y; \Sigma uy; \Sigma u^2$ ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல் :

x	$u=\left(x-\frac{12\cdot5}{5\times0\cdot5}\right)=\left(\frac{x-12\cdot5}{2\cdot5}\right)$	y	$v=y-20$	uv	u^2
0	−5	12	−8	40	25
5	−3	15	−5	15	9
10	−1	17	−3	3	1
15	1	22	2	2	1
20	3	24	4	12	9
25	5	30	10	50	25
	Σu =0		Σv =0	Σuv =122	Σu^2 =70

x, y-மாறிகளின் பிரதியளவுகளை மாற்றிக் கணக்கிட்டு, புதிய u, v மாறிகளுக்கு முதலில் நேர்கோட்டைப் பொருத்துகிறோம்.

u, v-மாறிகளின் பொருத்தப்படவேண்டிய நேர்கோட்டுச் சமன்பாடு:

$$b = a + bu$$

இச் சமன்பாட்டின் இடைநிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma u = na + b\Sigma u$$

$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

$\Sigma u, \Sigma v, \Sigma uv, \Sigma u^2$ என்ற மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு.

$$0 = 6a + (0 \times b)$$
$$122 = (0 \times a) + 70b$$
$$\therefore a = 0$$
$$b = 1 \cdot 743$$

ஆகவே, மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வரை:

$$v = 1 \cdot 743u$$

அல்லது $(y-20) = (1 \cdot 743) \times \left[\frac{(x-125)}{2 \cdot 5}\right]$

$$= 0\,7x - 8 \cdot 715$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வரை

$$y = 0\,7x + 11 \cdot 285$$

மாதிரி 373

கீழ்க்காணும் பட்டியல் பஞ்சாபில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட ஒரு நுகர் பொருளின் அளவைத் தருகிறது. நேர்கோட்டு வரையைப் பொருத்துக.

ஆண்டு x	1911	1921	1931	1941	1951
உற்பத்தி (1000 டன்களில்) y	10	12	8	10	14

1936ஆம் ஆண்டின் உற்பத்தியை மதிப்பிடுக.

(பி.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட மாறி சம இடைவெளியைக் கொண்டும் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலும் (5 தடவை) வருகிறது. தொடர் எண்களின் இடைவெளி 10 எனவும் காண்கிறோம். ஆகவே, இங்கு மூலத்தையும் பிரதி அளவையும் x மாறிக்கு மாற்றிக் கணக்கிட்டு நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டையும் a, b மதிப்புகளையும் காண்கிறோம்.

Σu; Σy; Σuy; Σu^2 ஆகிய மதிப்புகளைக் கணக்கிடல்:

x	$u\left(=\frac{x-1931}{10}\right)$	y	uy	u^2
1911	−2	10	−20	4
1921	−1	12	−12	1
1931	0	8	0	0
1941	1	10	10	1
1951	2	14	28	4
மொத்தம்	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 54$	$\Sigma uy = 6$	$\Sigma u^2 = 10$

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வரை:

$$y = a + bu$$

இங்கு, $yu = \frac{x-1931}{10}$

a, b ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் கணக்கிட உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கணக்கிட்ட Σu; Σuy; Σu^2 மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$54 = 5a + (b \times 0) \quad \ldots(1)$$
$$6 = (a \times 0) + (b \times 10) \quad \ldots(2)$$

ஆகவே, $5a = 54$

$$\therefore a = \frac{54}{5}$$
$$= 10.8$$
$$10b = 6$$
$$\therefore b = 0.6$$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$y = 10{\cdot}8 + 0{\cdot}6u \qquad \ldots(3)$$
$$= 10{\cdot}8 + 0{\cdot}6\left(\frac{x-1931}{10}\right)$$
$$= 126{\cdot}66 + 0{\cdot}06x$$

இச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி 1936ஆம் ஆண்டின் உற்பத்தி அளவை மதிப்பிட வேண்டும்.

$$x = 1936$$
என்றால், $$u = \left(\frac{x-1931}{10}\right)$$
$$= \frac{1936-1931}{10}$$
$$= 0\ 5$$

3ஆவது சமன்பாட்டிலிருந்து,

$$y = 10{\cdot}8 + (0{\cdot}6 \times 0{\cdot}5)$$
$$= 11\ 1$$

ஆகவே, 1936ஆம் ஆண்டின் மதிப்பிடப்பட்ட உற்பத்தி

$= \mathbf{11{\cdot}1}$ (ஆயிரம் டன்கள்)

மாதிரி 374

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்கள் ஓர் ஆலையில் உற்பத்தி ஆகும் சர்க்கரையின் அளவைத் (1000 டன்களில்) தருகிறது. ஒரு நேர்கோட்டு வளையைப் பொருத்துக.

ஆண்டு	1950	1951	1952	1953	1954	1955
உற்பத்தி (1000 டன்களில்)	50	54	53	62	68	75

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு ஒரு வரைபடம் வரைந்து போக்குக் கோட்டைக் காட்டவும். 1957ஆம் ஆண்டு உற்பத்தியைக் கணக்கிடவும்.

(பி.ஏ.—சென்னை—1972)

தீர்வு:

I முதல் முறை:

ஆண்டு x	உற்பத்தி y	u	u^2	uy
1950	50	−2	4	−100
1951	54	−1	1	− 54
1952	53	0	0	0
1953	62	1	1	62
1954	68	2	4	136
1955	75	3	9	225
மொத்தம்	362	3	19	269

பொருத்தப்பட வேண்டிய வளை,

$$y = a + bx$$

இங்கு, $u=(x-1952)$ என இருக்கும்படி x மாறியின் மதிப்புக்குப் பதில் u மாறியைக் கொண்டு பொருத்தப்படும் நேர்கோட்டு வளையின் சமன்பாடு,

$y = a + bu$ என்பதாகும்.

இயல் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

Σu, Σy........மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு,

$$362 = 6a + 3b$$
$$269 = 3a + 19b$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த பின்பு கீழ்க்காணும் மதிப்புகளை அடைகிறோம்.

$$a = 57{\cdot}82$$
$$b = 5{\cdot}03$$

எனவே, பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டு வளை

$$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03u$$

இங்கு, $u = (x-1952)$ ஆகும்.

(a) பொருத்தப்பட்ட வளைகோட்டு வரைபடம் வரையத் தேவைப்படும் புள்ளிகள்:

$x = 1950$ எனில் $u = -2$

$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03\,(-2)$

$= 47{\cdot}76$

முதல் புள்ளி $(u, y) = (-2, 47{\cdot}76)$

$x = 1951$ எனில், $u = -1;$

$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03\,(-1)$

$= 52{\cdot}79$

இரண்டாம் புள்ளி $(u, y) = (-1, 52{\cdot}79)$

$x = 1952$ எனில், $u = 0$

$y = 57{\cdot}82$

மூன்றும் புள்ளி $(u, y) = (0, 57{\cdot}82)$

$x = 1953$ எனில், $u = 1$

$y = 57{\cdot}82 + (5{\cdot}03) \times 1$

$= 62{\cdot}85$

நான்காம் புள்ளி $(u, y) = (1, 62{\cdot}85)$

$x = 1954$ எனில், $u = 2$

$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03\,(2)$

$= 67{\cdot}88$

ஐந்தாம் புள்ளி $(u, y) = (2, 67{\cdot}88)$

$x = 1955$ எனில், $u = 3$

$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03\,(3)$

ஆறும் புள்ளி $(u, y) = (3, 72{\cdot}91)$

இப் புள்ளிகளைக் கொண்டு வரைபடத்தில் நேர்கோட்டைப் பொருத்திக் காட்டலாம்.

(b) 1957ஆம் ஆண்டு உற்பத்தியைக் கணக்கிடல்:

$x = 1957$ எனில், $u = 5$

$y = 57{\cdot}82 + 5{\cdot}03 \times 5$

$= 82{\cdot}97$

எனவே, 1957ஆம் ஆண்டு உற்பத்தி 82·97 (1000 டன்கள்) ஆகும்.

II இரண்டாம் முறை:

$u = 2(x-1952{\cdot}5)$; $v = (y-50)$ என இருக்கட்டும்.

ஆண்டு x	உற்பத்தி y	u	v	u^2	uv
1950	50	−5	0	25	0
1951	54	−3	4	9	−12
1952	53	−1	3	1	−3
1953	62	1	12	1	12
1954	68	3	18	9	54
1955	75	5	25	25	125
		0	62	70	176

பொருத்தப்பட வேண்டிய நேர்கோட்டு வரை

$$y = a + bu$$

எடுத்துக்கொண்ட வரை

$$v = a + bu$$

இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma v = na + b\Sigma u$$

$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கண்ட Σu, Σv,......மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$62 = 6a + b(0)$$

$$176 = a(0) + 70a$$

இச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 10{\cdot}3$$

$$b = 2{\cdot}5$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட வளைகோடு

$$v = 10{\cdot}3 + 2{\cdot}5u$$

இங்கு, $u = 2\,(x - 1952{\cdot}5)$

$$v = y - 50$$

அல்லது, $y - 50 = 20{\cdot}3 + 2{\cdot}5u$

அல்லது, $y = 60{\cdot}3 + 2{\cdot}5u$

இங்கு, $u = 2\,(x - 1952{\cdot}5)$

(b) 1957-ம் ஆண்டு உற்பத்தியைக் கணக்கிடல்:

$x = 1957$ எனில், $u = 9$

$$\therefore y = 60{\cdot}3 + (2{\cdot}5 \times 9)$$
$$= 82{\cdot}8$$

எனவே, 1957ஆம் ஆண்டு உற்பத்தி 82·8 (1000 டன்கள்) ஆகும்.

மாதிரி 375

வேலையில்லாத் திண்டாட்ட நிலையினை விளக்கும் கீழ்க் காணும் பட்டியலுக்கேற்ற ஒரு நேர்கோடு காண்க.

ஆண்டு	1945	1946	1947	1948
மொத்தத் தொழில் நிலையில் வேலையற்றோரின் விதம்	2·1	2·2	3·0	5·1
ஆண்டு	1949	1950	1951	1952
மொத்தத் தொழில் நிலையில் வேலையற்றோரின் விதம்	6·4	6.7	7·2	7·9

1959-ல் வேலையற்றோரின் சதவீதம் என்ன?

(சென்னை—பல்கலைக் கழகம்)

தீர்வு:

நேர்கோட்டு வளை பொருத்தல்:

ஆண்டு x	வேலையற்றோர் சதவீதம் y	$u = 2(x - 1948{\cdot}5)$	u^2	uy
1945	2·1	−7	49	−14·7
1946	2·2	−5	25	−11·0
1947	3·0	−3	9	− 9·0
1948	5·1	−1	1	− 5·1
1949	6·4	1	1	6·4
1950	6·7	3	9	20·1
1951	7·2	5	25	36·0
1952	7·9	7	49	55·3
$n=8$	40·6	0	168	78

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைகோடு

$$y = a + bx$$

எடுத்துக்கொண்ட நேர்கோட்டு வளை

$$y = a + bu$$

இங்கு, $u = 2(x - 1948{\cdot}5)$

இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கண்ட Σu, Σu^2, Σy.........மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$40{\cdot}6 = 8a + b(0)$$
$$78 = a(0) + 168b$$

ஆகவே, $8a = 40{\cdot}6$

$$a = 5{\cdot}075$$
$$168b = 78$$
$$\therefore\ b = 0{\cdot}46$$

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட நேர் கோட்டு வளை:

$$y = 5{\cdot}075 + 0{\cdot}46u$$

இங்கு, $u = 2\,(x - 1948{\cdot}5)$ ஆகும்.

1959-ம் ஆண்டின் வேலையற்றவரின் சதவீதம் காணல்:

$x = 1959$ எனில், $u = 21$

$$y = 5{\cdot}075 + 0{\cdot}46\,(21)$$
$$= 14{\cdot}735$$

ஆகவே, 1959ஆம் ஆண்டின் வேலையற்றவர்களின் சதவீதம்

$$= 14{\cdot}735\%$$

இருபடிப் பரவளைவு

மாதிரி 376

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் இருபடிப் பரவளைவு பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	5	10	22	38

(எம். எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1958)

தீர்வு:

முதல் முறை:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய பரவளைவு பின் வருமாறு:

$$y = a + bx + cx^2$$

இவ்விருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்தப் பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடு:

$$\Sigma y = na + b\Sigma x + c\Sigma x^2$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3$$
$$\Sigma x^2 y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4$$

$\Sigma x; \Sigma y; \Sigma xy; \Sigma x^2$.........களைக் கணக்கிடல்:

x	y	xy	x^2	x^2y	x^3	x^4
0	1	0	0	0	0	0
1	5	5	1	5	1	1
2	10	20	4	40	8	16
3	22	66	9	198	27	81
4	38	152	16	608	64	256
$\Sigma x = 10$	$\Sigma y = 76$	$\Sigma xy = 243$	$\Sigma x^2 = 30$	$\Sigma x^2y = 851$	$\Sigma x^3 = 100$	$\Sigma x^4 = 354$

மேலே கொடுக்கப்பட்ட இயல் நிலைச் சமன்பாடுகளில் Σx, Σy, Σxy.........களைப் பிரதியிட்டால்:

$$76 = 5a + 10b + 30c$$
$$243 = 10a + 30b + 100c$$
$$851 = 30a + 100b + 354c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த பின்பு கீழ்க்காணும் மதிப்புகளை அடைகிறோம்:

$$a = 1{\cdot}43; \quad b = 0{\cdot}24; \quad c = 2{\cdot}21$$

ஆகவே, மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = 1{\cdot}43 + 0{\cdot}24x + 2{\cdot}21x^2$$

இரண்டாவது முறை:

$$u = x - 2$$
$$v = y - 15$$

Σu, Σv, Σuv .... களைக் கணக்கிடல்:

u	v	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
−2	−14	28	4	−56	−8	16
−1	−10	10	1	−10	−1	1
0	−5	0	0	0	0	0
1	7	7	1	7	1	1
2	23	46	4	92	8	16
$\Sigma u = 0$	$\Sigma v = 1$	$\Sigma uv = 91$	$\Sigma u^2 = 10$	$\Sigma u^2v = 33$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 34$

பொருத்தப்பட வேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு :

$$v = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $v = y - 15$

$u = x - 2$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma v = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2 v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σv, Σuv.........ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு :

$$1 = 5a + (0 \times b) + (10 \times c)$$
$$91 = (0 \times a) + 10b + (0 \times c)$$
$$33 = 10a + (0 \times b) + 34c$$

அல்லது,

$$1 = 5a + 10c$$
$$91 = 10b$$
$$33 = 10a + 34c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின் கிடைக்கும் மதிப்புகள் :

$$a = -4{\cdot}25$$
$$b = 9{\cdot}08$$
$$c = 2{\cdot}21$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு :

$$v = +4{\cdot}25 - 9{\cdot}08u + 2{\cdot}21u^2$$
$$(y-15) = +4{\cdot}25 - 9{\cdot}08\,(x-2) + 2{\cdot}21\,(x-2)^2$$
$$= +4{\cdot}25 - 9{\cdot}08x - 18{\cdot}16 + 2{\cdot}21x^2 - 8{\cdot}84x + 8{\cdot}84$$
$$\therefore y = 1{\cdot}43 + 0{\cdot}24x + 2{\cdot}21x^2$$

மாதிரி 377

(*a*) x ஐச் சார்பற்ற மாறியாகக் கொண்டு கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் இருபடிப் பரவளைவு பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	1·8	1·3	2·5	6·3

(எம்.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1956)

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1961)

(b) $x=2$ என இருக்கும்பொழுது y-ன் உண்மையான மதிப்பிற்கும், பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு மூலம் கண்டறிந்த y-ன் மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்.

(பி.எஸ்ஸி.—லக்னோ—1952)

தீர்வு :

(a) முதல் முறை:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு பின் வருமாறு :

$$y = a + bx + cx^2$$

இவ்விருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்தப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\left\{\begin{aligned} \Sigma y &= na + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \\ \Sigma xy &= a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 \\ \Sigma x^2 y &= a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 \end{aligned}\right\}$$

Σx; Σy; Σxy; Σx^2 .... களைக் கணக்கிடல்:

x	y	xy	x^2	x^2y	x^3	x^4
0	1	0	0	0	0	0
1	1·8	1·8	1	1·8	1	1
2	1·3	2 6	4	5·2	8	16
3	2·5	7·5	9	22·5	27	81
4	6·3	25·2	16	100·8	64	256
Σx = 10	Σy = 12·9	Σxy = 37·1	Σx^2 = 30	Σx^2y = 130.3	Σx^3 = 100	Σx^4 = 354

மேலே கொடுக்கப்பட்ட இயல் நிலைச் சமன்பாடுகளில் Σx, Σy, Σxy, Σx^2 .... களைப் பிரதியிட்டால்:

$$\begin{aligned} 12{\cdot}9 &= 5a + 10b + 30c \\ 37{\cdot}1 &= 10a + 30b + 100c \\ 130{\cdot}3 &= 30a + 100b + 350c \end{aligned}$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த பின்பு கீழ்க்காணும் மதிப்புகளை அடைகிறோம்.

$$\begin{aligned} a &= 1{\cdot}42 \\ b &= 1{\cdot}07 \\ c &= 0{\cdot}55 \end{aligned}$$

ஆகவே, மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு :

$$y = 1{\cdot}42 - 1{\cdot}07x + 0{\cdot}55x^2$$

(b) $x^2 = 2$ என்றால், $y = 1{\cdot}42 - 2{\cdot}14 + 2{\cdot}20$

$$= 1{\cdot}48$$

ஆகவே, y-ன் உண்மையான மதிப்பிற்கும், பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு மூலம் கண்டறிந்த y-ன் மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்

$$= 1{\cdot}3 - 1{\cdot}48$$
$$= -0{\cdot}18$$

இரண்டாவது முறை :

$u = x - 2$ என இருக்கட்டும்.

Σu; Σy; Σuy; Σu^2 ...... களைக் கணக்கிடல்:

x	u $(=x-2)$	y	uy	u^2	u^2y	u^3	u^4
0	−2	1	−2	4	4	−8	16
1	−1	1·8	−1·8	1	1·8	−1	1
2	0	1·3	0	0	0	0	0
3	1	2·5	2·5	1	2·5	1	1
4	2	6·3	12·6	4	25·2	8	16
மொத்தம்	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 12{\cdot}9$	$\Sigma uy = 11{\cdot}3$	$\Sigma u^2 = 10$	$\Sigma u^2y = 33{\cdot}5$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 34$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு :

$$y = a + bu = cu^2$$

இங்கு, $u = (x-2)$

இருபடிப் பரவளைவு காண, பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma y = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2y = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu; Σy; Σuy .... ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு :

$$12{\cdot}9 = 5a + 0 + 10c$$
$$11{\cdot}3 = 0 + 10b + 0$$
$$33{\cdot}5 = 10a + 0 + 34c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின் கிடைக்கும் மதிப்புகள் :

$$a = 1{\cdot}48$$
$$b = 1{\cdot}13$$
$$c = 0{\cdot}55$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு :

$$y = 1{\cdot}48 + 1{\cdot}13u + 0{\cdot}55u^2$$
$$= 1{\cdot}48 + 1{\cdot}13\,(x-2) + 0{\cdot}55\,(x-2)^2$$
$$= 1{\cdot}42 - 10{\cdot}7x + 0{\cdot}55x^2$$

(அல்லது) $y = 1{\cdot}42 - 10{\cdot}7x + 0{\cdot}55x^2$

(*b*) $x = 2$ ஆக இருக்கும் பொழுது,

$$y = 1{\cdot}48 + 1{\cdot}13\,(2-2) + 0{\cdot}55\,(2-2)^2$$
$$= 1{\cdot}48$$

ஆகவே, y-ன் உண்மையான மதிப்பிற்கும், பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு மூலம் கண்டறிந்த y-ன் மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்

$$= 1{\cdot}3 - 1{\cdot}48$$
$$= -0{\cdot}18$$

மாதிரி 378

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு $y = ax^2 + bx + c$ என்ற இருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்தவும். பின்பு, இதைப் பயன்படுத்தி $x = 36$ ஆக இருக்கும் பொழுது y-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடவும்.

x	y	x	y
18	43	28	86
20	49	30	78
22	57	32	69
24	66	34	61
26	75		

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1972)

தீர்வு :

Σu, Σy, Σuy, Σu^2.........மதிப்புகளைக் காணல்:

x	u	y	Σuy	u^2	u^2y	u^3	u^4
18	—4	43	—172	16	688	—64	256
20	—3	49	—147	9	441	—27	81
22	—2	57	—114	4	228	—8	16
24	—1	66	—66	1	66	—1	1
26	0	75	0	0	0	0	0
28	1	86	86	1	86	1	1
30	2	78	156	4	312	8	16
32	3	69	207	9	621	27	81
34	4	61	244	16	976	64	256
$n = 9$	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 584$	$\Sigma uy = 194$	$\Sigma u^2 = 60$	$\Sigma u^2y = 3418$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 708$

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைகோடு:

$$y = ax^2 + bx + c$$

எடுத்துக்கொண்டு பொருத்தப்படும் வளைகோடு:

$$y = au^2 + bu + c$$

இங்கு $u = \left(\frac{x-26}{2}\right)$ என எடுத்துக்கொள்கிறோம்.

இவ்விருபடிப் பரவலைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = a\Sigma u^2 + b\Sigma u + nc$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u^3 + b\Sigma u^2 + c\Sigma u$$
$$\Sigma u^2y = a\Sigma u^4 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கண்டறிந்து Σu, Σy, Σuy......... ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில பிரதியிட்ட பின்பு:

$$584 = 60a + b(0) + 9c$$
$$194 = a(0) + 60b + c(0)$$
$$3418 = 708a + b(0) + 60c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்ட பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = -1 \cdot 54$$
$$b = 3 \cdot 23$$
$$c = 75 \cdot 16$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = -154u^2 + 3 \cdot 23u + 75 \cdot 16$$

இங்கு, $u = \left(\frac{x - 26}{2}\right)$ ஆகும்.

மாதிரி 379

ஒரு நிறுவனம் நிறுவப்பட்டு அதன் x ஆவது ஆண்டின் இலாபங்கள் £ $100y$, கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

x	1	2	3	4	5
y	25	28	33	39	46

$u = (x - 3)$; $v = (y - 33)$ என எடுத்துக்கொண்டு 'u சார்ந்த v' எனும் ஒட்டுறவுப் பரவளைவு

$$u = a + bu + cu^2$$

என்பதைக் காண்.

(எம். எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1952)

தீர்வு:

எடுத்துக்கொண்ட இருப்டிப் பரவளைவு அல்லது ஒட்டுறவுப் பரவளைவு:

$$v = a + bu + cu^2 \text{ ஆகும்.}$$

இப்பரவளைவு பொருத்தப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma v = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2 v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

என்பனவாகும்.

Σu, Σv, Σuv... .....களைக் கணக்கிடல்:

x	y	u	v	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
1	25	−2	−8	16	4	−32	−8	16
2	28	−1	−5	5	1	−5	−1	1
3	33	0	0	0	0	0	0	0
4	39	1	6	6	1	6	1	1
5	46	2	13	26	4	52	8	16
மொத்தம்		$\Sigma u = 0$	$\Sigma v = 6$	$\Sigma uv = 53$	$\Sigma u^2 = 10$	$\Sigma u^2v = 21$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 34$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σv.........என்ற மதிப்புகளை இயல் நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்ட பின்பு,

$$6 = 5a + 0 + 10c$$
$$53 = 0 + 10b + 0$$
$$21 = 10a + 0 + 34c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்ட பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 0{\cdot}086$$
$$b = 5{\cdot}3$$
$$c = 0{\cdot}643$$

பொருத்தப்பட்ட இருப்படிப் பரவளைவு:

$$v = -0{\cdot}086 - 5{\cdot}3u + 0{\cdot}643u^2$$

இங்கு, $u = p\,(-3)$

$v = (y-33)$ ஆகும்.

மாதிரி 330

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் இருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்துக.

x	1	2	3	4	5
y	1090	1220	1390	1625	1915

தீர்வு:

விலக்க முறை:

x-மாறியின் மூல அளவாக 3 ஐக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $u = x - 3$

y மாறியின் மூலமாக 1450 ஐயும், படியாக 5 ஐயும் கொள்வோம்.

ஆகவே, $v = \frac{y - 1450}{5}$

Σu, Σv, Σuv, Σu^2.........களைக் கணக்கிடல்:

x	y	u	v	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
1	1090	—2	—72	144	4	—288	—8	16
2	1220	—1	—46	46	1	—46	—1	1
3	1390	0	—12	0	0	0	0	0
4	1625	1	35	35	1	35	1	1
5	1915	2	93	186	4	372	8	16
மொத்தம்		$\Sigma u = 0$	$\Sigma v = -2$	$\Sigma uv = 411$	$\Sigma u^2 = 10$	$\Sigma u^2v = 73$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 34$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$v = a + bu + cu^2$$

இங்கு $v = \frac{y - 1450}{5}$

$$u = x - 3$$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma v = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σv, Σuv.........ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$-2 = 59 + 0 + 10c$$
$$411 = 0 + 10b + 0$$
$$73 = 10a + 0 + 34c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்ட பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = -11{\cdot}4$$
$$b = 41{\cdot}1$$
$$c = 5{\cdot}5$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் படவேண்டிய இரு படிப் பரவளைவு:

$$v = -11{\cdot}4 + 41{\cdot}1u + 5{\cdot}5u^2$$

மூலங்களை மாற்றிய பின்பு:

$$1/5\,(y - 1450) = -11{\cdot}4 + 41{\cdot}1\,(x-3) + 5{\cdot}5\,(x-3)^2$$
$$(y-1450) = 5\,[-11{\cdot}4 + 41{\cdot}1\,(x-3) + 5{\cdot}5\,(x-3)^2]$$
$$y = 5\,[-11{\cdot}4 + 41{\cdot}1\,x - 123{\cdot}3 + 5{\cdot}5\,(x^2-6x+9)] + 1450$$

அல்லது $y = 1024 + 40{\cdot}5x + 27{\cdot}5x^2$

மாதிரி 381

x ஐச் சார்பிலா மாறியாகக் கொண்டு ஓர் இருபடிப் பரவளைவு பொருத்திக் காட்டுக.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	2	6	7	8	10	11	11	10	9

(எம் எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1953; 1967)

(பி.காம்.—டெல்லி—1954; 1956)

தீர்வு:

சுருக்க முறை:

x மாறியின் மூல அளவாக 5ஐக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $u = (x-5)$

y மாறியின் மூல அளவாக 7ஐக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $v = (y-7)$

Σu, Σv, Σuv, Σu^2.........களைக் கணக்கிடல் :

x	y	u	v	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
1	2	—4	—5	20	16	—80	—64	256
2	6	—3	—1	3	9	—9	—27	31
3	7	—2	0	0	4	0	—8	16
4	8	—1	1	—1	1	1	—1	1
5	10	0	3	0	0	0	0	0
6	11	1	4	4	1	4	1	1
7	11	2	4	8	4	16	8	16
8	10	3	3	9	9	27	27	31
9	9	4	2	8	16	32	64	356
		Σu $=0$	Σv $=11$	Σuv $=51$	Σu^2 $=60$	Σu^2v $=-9$	Σu^3 $=0$	Σu^4 $=708$

பொருந்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$v = a + bu + cu^2$$

இங்கு $v = (y-7)$

$$u = (x-5)$$

இவ் விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma u = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu Σv, Σuv.........ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$11 = 9a + 0 + 60c$$
$$51 = 0 + 60b + 0$$
$$-9 = 60a + 0 + 708c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின் கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 3{\cdot}0$$
$$b = 0{\cdot}85$$
$$c = 0{\cdot}27$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$u = 3 + 0{\cdot}85u + 0{\cdot}27u^2$$

அல்லது $(y-7) = 3 + 0{\cdot}85\,(x-5) - 0{\cdot}27\,(x-5)^2$

அல்லது $y = -1{\cdot}0 + 3{\cdot}55x - 0{\cdot}27x^2$

மாதிரி 382

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் உள்ள ஏழு ஜோடி மதிப்புகளின் 'x சாரந்த y' என்ற ஒட்டுறவிற்கு, ஓர் இருபடிப் பரவளைவினைப் பொருத்திக் காட்டுக.

x	1·0	1·5	2·0	2·5	3·0	3·5	4·0
y	1·1	1·3	1·6	2·0	2·7	3·4	4·1

(எம்.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1954, 1968)

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1961)

தீர்வு :

$$u = \frac{x - 25}{0{\cdot}5} = 2x-5 \text{ ஆக இருக்கட்டும்.}$$

பின்பு Σu; Σy; Σuy; Σu^2.........ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

x	u $(=2x-5)$	y	uy	u^2	u^2y	u^3	u^4
1·0	—3	1·1	—3·3	9	9·9	—27	81
1·5	—2	1·3	—2·6	4	5·2	—8	16
2·0	—1	1·6	—1·6	1	1·6	—1	1
2·5	0	2·0	0	0	0	0	0
3·0	1	2·7	2·7	1	2·7	1	1
3·5	2	3·4	6·8	4	13·6	8	16
4·0	3	4·1	12·3	9	36·9	27	81
	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 16{\cdot}2$	$\Sigma uy = 14{\cdot}3$	$\Sigma u^2 = 0$	$\Sigma u^2y = 69{\cdot}9$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 196$

பொருத்தப்பட வேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு :

$$y = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $u = (2x-5)$ ஆகும்.

இவ் விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma y = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2 y = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σu Σuy ....ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$16{\cdot}2 = 7a + 0 + 28c$$
$$14{\cdot}3 = 0 + 28b + 0$$
$$69{\cdot}9 = 28a + 0 + 196c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின் கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 2{\cdot}07$$
$$b = 0{\cdot}511$$
$$c = 0{\cdot}061$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = 2{\cdot}07 + 0{\cdot}511u + 0{\cdot}061u^2$$
$$= 2{\cdot}07 + 0{\cdot}511\,(2x-5) + 0{\cdot}061\,(2x-5)^2$$
$$= 1{\cdot}04 - 0{\cdot}198x + 0{\cdot}244x^2$$

அதாவது $\mathbf{y = 1{\cdot}04 - 0{\cdot}198x + 0{\cdot}244x^2}$

மாதிரி 383

ஒரு நிறுவனத்தின் 5 ஆண்டுகளின் இலாப விவரங்களைக் கீழ்க் காணும் பட்டியல் தருகிறது:

ஆண்டு	1960	1961	1962	1963	1964
இலாபம் (லட்சத்தில்)	12	14	16	19	25

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் இருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்தி, 1966-ம் ஆண்டின் இலாபத்தை மதிப்பிடுக.

(பி.ஏ.—சென்னை—1972)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட வேண்டிய பரவளைவு பின் வருமாறு:

$$y = a + bx + cx^2$$

சுருக்கு முறை:

ஆண்டுகளுக்கு மூல அளவாக 1962ஆம் ஆண்டைக் கொள்ளவும்.

ஆகவே, $u = (x - 1962)$

$\Sigma u; \Sigma y; \Sigma uy; \Sigma u^2$........களைக் கணக்கிடல்:

ஆண்டு x	u $(= x - 1962)$	இலாபம் (லட்சத்தில்) y	uy	u^2	u^2y	u^3	x^4
1960	—2	12	—24	4	48	—8	16
1961	—1	14	—14	1	14	—1	1
1962	0	16	0	0	0	0	0
1963	1	19	19	1	19	1	1
1964	2	25	50	4	100	8	16
	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 86$	Σuy 31	$\Sigma u^2 = 10$	$\Sigma u^2y = 181$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 34$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $u = (x - 1962)$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2 y = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σy, Σuy........ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$36 = 5a + 0 + 10c$$
$$31 = 0 + 10b + 0$$
$$181 = 10a + 0 + 34c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்ட பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 15{\cdot}92$$
$$b = 3{\cdot}1$$
$$c = 0{\cdot}643$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = 15{\cdot}92 + 3{\cdot}1u + 0{\cdot}643u^2$$

இங்கு $u = (x - 1962)$ ஆகும்.

(*b*) 1966–ம் ஆண்டின் இலாபத்தைக் கணக்கிடல்:

$x = 1966$ ஆம் ஆண்டு எனில், $u = 4$

$$y = 15{\cdot}92 + 3{\cdot}1\,(4) + 0{\cdot}643\,(16)$$
$$= 15{\cdot}92 + 12{\cdot}4 + 10{\cdot}288$$
$$= \mathbf{38{\cdot}608}$$

ஆகவே, 1966ஆம் ஆண்டின் இலாபம்

= ரூ. **38·608** (லட்சங்கள்)

மாதிரி 384

கீழ்க் காணும் பட்டியல் சில ஆண்டுகளில் விலைவாசிகளைக் கொடுக்கிறது. ஓர் இருபடிப் பரவளைவைப் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்திக் காட்டுக.

ஆண்டு	விலைவாசி	ஆண்டு	விலைவாசி
1875	88	1881	85
1876	87	1882	84
1877	81	1883	90
1878	78	1884	92
1879	74	1885	100
1880	79		

(திருவனந்தபுரம்— 1943)

தீர்வு:

சுருக்கு முறை:

ஆண்டுகளுக்கு மூல அளவாக 1880ஆம் ஆண்டைக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $u = x - 1880$

அதேபோல் விலைவாசிகளுக்கு மூல அளவாக 85ஐக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $v = y - 85$

Σu, Σv, Σuv, Σu^2… …..களைக் கணக்கிடல்:

ஆண்டு x	விலைவாசி y	u $=(x-1880)$	u $(=y-85)$	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
1875	88	−5	−3	−15	25	75	−125	625
1876	87	−4	2	−8	16	32	−64	256
1877	81	−3	−4	12	9	−36	−27	81
1878	78	−2	−7	14	4	−28	−8	16
1879	74	−1	−11	11	1	−11	−1	1
1880	79	0	−6	0	0	0	0	0
1881	85	1	0	0	1	0	1	1
1882	84	2	−1	−2	4	−4	8	16
1883	90	3	5	15	9	45	27	81
1884	92	4	7	28	16	112	64	256
1885	100	5	15	75	25	375	125	625
மொத்தம்		$\Sigma u = 0$	$\Sigma v = 3$	$\Sigma uv = 130$	$\Sigma u^2 = 110$	$\Sigma u^2v = 560$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 1958$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$v = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $v = y - 85$

$u = x - 1880$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma u = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu, Σv, Σuv......... ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$3 = 11a + 0 + 110c$$
$$130 = 0 + 110b + 0$$
$$560 = 110a + 0 + 1958c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளை தீர்வு கண்டபின் கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = \frac{-2533}{429}$$
$$b = \frac{13}{11}$$
$$c = \frac{265}{429}$$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$v = \frac{-2533}{429} + \frac{13}{11} u + \frac{265}{429} u^2$$
$$y - 85 = \frac{-2533}{429} + \frac{13}{11} u + \frac{265}{429} u^2$$

அல்லது, $y = -5{\cdot}9 - 1{\cdot}18u + 0{\cdot}617u^2 + 85$
$= 79{\cdot}1 + 1{\cdot}18u + 0{\cdot}617u^2$

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = 79{\cdot}1 + 1{\cdot}18u + 0{\cdot}617u^2$$

இங்கு, $u = x -$ **1880** என இருக்கிறது.

மாதிரி 385

கீழ்க்காணும் பட்டியல் இந்தியாவின் ஏழு தொடர்ந்த மக்கள்தொகைக் கணக்கெடுப்புகளின்போது இருந்த மக்கள் தொகையைத் தருகிறது. மக்கள்தொகை வளர்ச்சியை விளக்கும் ஓர் இருபடிப் பரவளைவைப் பொருத்துக. எச்சங்களின் கூடுதலையும் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941
மக்கள் தொகை (மில்லியன்களில்)	257	229	284	303	306	338	389

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்—டிப்—1957

தீர்வு:

x மாறியின் மூல அளவாக 1911 ஐக் கொண்டு 10 ஆண்டுகளை ஓர் அலகாகக் கொண்டால்,

$$u = \frac{x - 1911}{10}$$

y மாறியின் மூலமாக 303 ஐக் கொள்வோம்.

ஆகவே, $v = (y - 303)$

$\Sigma u, \Sigma v, \Sigma uv, \Sigma u^2$ ....களைக் கணக்கிடல்:

x	y	u	v	uv	u^2	u^2v	u^3	u^4
1881	257	—3	—46	138	9	—414	—27	81
1891	279	—2	—24	48	4	—96	—8	16
1901	284	—1	—19	19	1	—19	—1	1
1911	303	0	0	0	0	0	0	0
1921	306	1	3	3	1	3	1	1
1931	338	2	35	70	4	140	8	16
1941	389	3	86	258	9	774	27	81
மொத்தம்		$\Sigma u = 0$	$\Sigma v = 35$	$\Sigma uv = 536$	$\Sigma u^2 = 28$	$\Sigma u^2v = 388$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 196$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$v = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $v = (y - 303)$

$$u = \frac{x - 1911}{10}$$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma v = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uv = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2v = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த Σu $\Sigma v, \Sigma uv$ ....ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$35 = 7a + 0 + 28c$$
$$536 = 0 + 28b + 0$$
$$388 = 28c + 0 + 196c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = -6{\cdot}8096$$
$$b = 19{\cdot}143$$
$$c = 2{\cdot}9524$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$u = -6{\cdot}8096 + 19{\cdot}143u + 2{\cdot}9524u^2$$

அல்லது, $y - 303 = -6{\cdot}8096 + 19{\cdot}143u + 2{\cdot}9524u^2$

அல்லது, $y = 296{\cdot}1904 + 19{\cdot}143u + 2{\cdot}9524u^2$

இங்கு, $u = \dfrac{x - 1911}{10}$ ஆகும்.

எச்சங்களின் கூடுதல்:

$$= \Sigma v^2 + a\Sigma vu^2 + b\Sigma vu + c\Sigma v$$
$$= 11683 - (2{\cdot}9524)(388) - (19{\cdot}143)(536) + (6{\cdot}8096)(35)$$
$$= \mathbf{515{\cdot}157}$$

மாதிரி 386

(a) கீழ்க்காணும் வளர்ச்சிப் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் இருபடிப் பரவளைவினைப் பொருத்தவும்.

பின்பு,

(i) ஓர் ஆண்டு வயது முடிந்தவுடன் அச் செடியின் உயரம் எவ்வளவாக இருக்கும் என மதிப்பிடுக.

(ii) வரைகோட்டுப் பட விளக்கம் மூலம் கண்டறிந்த உயரங்களையும் பொருத்தப்பட்ட பரவளைவினையும் காட்டுக.

முடிவடைந்த மாதங்களின் எண்ணிக்கை	செடியின் உயரம் (செ. மீட்டரில்)	முடிவடைந்த மாதங்களின் எண்ணிக்கை	செடியின் உயரம் (செ. மீட்டரில்)
1	5	6	59
2	10	7	75
3	16	8	94
4	31	9	117
5	43	10	143

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1972)

தீர்வு

$u = (2x - 11)$ எனக் கொள்க. இருபடிப் பரவளைவு பொருத்தல்:

x	u	y	uy	u^2	uy^2	u^3	u^4
1	−9	5	−45	81	405	−729	6561
2	−7	10	−70	49	490	−343	2401
3	−5	16	−80	25	400	−125	625
4	−3	31	−93	9	279	−27	81
5	−1	43	−43	1	43	−1	1
6	1	59	59	1	59	1	1
7	3	75	225	9	675	27	81
8	5	94	470	25	2350	125	625
9	7	117	819	49	5733	343	2401
10	9	143	1287	81	11583	729	6561
$n = 10$	$\Sigma u = 0$	$\Sigma y = 593$	$\Sigma uy = 2529$	$\Sigma u^2 = 330$	$\Sigma u^2 y = 22017$	$\Sigma u^3 = 0$	$\Sigma u^4 = 19338$

பொருத்தப்படவேண்டிய இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = a + bx + cx$$

எடுத்துக்கொண்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = a + bu + cu^2$$

இங்கு, $u = (2x - 11)$

இவ்விருபடிப் பரவளைவு காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma y = na + b\Sigma u + c\Sigma u^2$$
$$\Sigma uy = a\Sigma u + b\Sigma u^2 + c\Sigma u^3$$
$$\Sigma u^2 y = a\Sigma u^2 + b\Sigma u^3 + c\Sigma u^4$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$593 = 10a + b(0) + 330c$$
$$2529 = a(0) + b(330) + c(0)$$
$$22017 = 330a + b(0) + 19338c$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டபின்பு:

$$a = 49{\cdot}73$$
$$b = 7{\cdot}66$$
$$c = 0{\cdot}29$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட இருபடிப் பரவளைவு:

$$y = 49{\cdot}73 + 7{\cdot}66u + 0{\cdot}29u^2$$

இங்கு, $u = (2x - 11)$

(1) ஓர் ஆண்டு வயதை முடித்தவுடன் செடியின் உயரம் காணல்:

1 ஆண்டு = 12 மாதம். எனில், $u = 13$

$$\therefore\ y = 49{\cdot}73 + 7{\cdot}66\,(13) + 0{\cdot}29\,(13)^2$$
$$= 49{\cdot}73 + 99{\cdot}58 + 49{\cdot}01$$
$$= 198{\cdot}32 \text{ செ. மீ.}$$

ஆகவே, ஓர் ஆண்டு வயதை முடித்தவுடன், அச்செடியின் உயரம் = **198·32** செ. மீ.

பெரும்பாலும் உண்மைபோல் தோன்றும் (Most Plausible) மதிப்புகள்:

மாதிரி 387

கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளிலிருந்து x, y, z என்பனவற்றின் பெரும்பாலும் உண்மைபோல் தோன்றும் (most plausible) மதிப்புகளைக் கணக்கிடுக.

$$x - y + 2z = 3;$$
$$3x + 2y - 5z = 5;$$
$$4x + y + 4z = 21;$$
$$-x + 3y + 3z = 14.$$

(பி. ஏ.—பஞ்சாப்—1956)

தீர்வு:

எச்சங்கள்: $(x - y + 2z - 3)$; $(3x + 2y - 5z - 5)$; $(4x + y + 4z - 21)$; $(-x + 3y + 3z - 14)$ என்பனவாகும்.

எச்ச வர்க்கங்களின் கூடுதல் கீழ்க்காணும்படி இருக்கட்டும்:

$$S = (x - y + 2z - 3)^2 + (3x + 2y - 5z - 5)^2 + (4x + y + 4z - 21)^2 + (-x + 3y + 3z - 14)^2$$

பெரும்பாலும் உண்மைபோலத் தோன்றும் மதிப்புகள் கீழ்க்காணும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளால் கொடுக்கப்படும்.

$$\frac{\partial S}{\partial x}=0;\quad \frac{\partial S}{\partial y}=0;\quad \frac{\partial S}{\partial z}=0.$$

ஆகவே,

$$(x-y+2z-3)+3(3x+2y-5z-5)+4(4x+y+4z-21)-(-x+3y+3z-14)=0$$

$$-(x-y+2z-3)+2(3x+2y-5z-5)+(4x+y+4z-21)+3(3-x+3y+3z-14)=0$$

$$2(x-y+2z-3)-5(3x+2y-5z-5)+4(4x+y+4z-21)+3(-x+3y+3z-14)=0$$

சுலபமாக்கிய பின்பு சமன்பாடுகள்:

$$27x+6y=88$$
$$6x+15y+3=70$$
$$y+54z=107$$

இச் சமன்பாடுகளின் தீர்வைக் கண்ட பின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$x=2.47$$
$$y=3.55$$
$$z=1.92$$

இவைகளே பெரும்பாலும் உண்மைபோலத் தோன்றும் x, y, z என்பனவற்றின் மதிப்புகளாகும்.

மாதிரி 388

கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளின் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளைக் கண்டு, x, y என்பனவற்றின் பெரும்பாலும் உண்மையெனத் தோன்றும் (most plausible) மதிப்புகளைக் கணக்கிடுக:

$$x+y=3.01;\quad 2x-y=0.03$$
$$x+3y=7.03;\quad 3x-y=4.97$$

(எம். எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1961)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளின் எச்சங்கள்:

$x+y-3.01$; $2x-y-0.03$; $x+3y-7.03$; $3x+y-4.97$ என்பனவாகும்.

எச்சங்களின் வர்க்கக் கூடுதல் கீழ்க் காணும்படி இருக்கட்டும்.

$$S=(x+y-3{\cdot}01)^2+(2x-y-0{\cdot}03)^2$$
$$+(x+3y-7{\cdot}03)^2+(3x+y-4{\cdot}97)^2$$

பெரும்பாலும் உண்மைபோலத் தோன்றும் மதிப்புகள் கீழ்க் காணும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளால் கொடுக்கப்படும்.

$$\frac{\partial S}{\partial x}=0;\quad \frac{\partial S}{\partial y}=0;$$

ஆகவே,

$$x+y-3{\cdot}01+2\,(2x-y-0{\cdot}03)+$$
$$(x+3y-7{\cdot}03)+3\,(3x+y-4{\cdot}97)=0$$
$$x+y-3{\cdot}01-(2x-y-0{\cdot}03)$$
$$+3\,(x+3y-7{\cdot}03)+(3x+y-4{\cdot}97)=0$$

சுலபமாக்கிய பின்பு சமன்பாடுகள்:

$$15x+5y-25{\cdot}01=0$$
$$5x+12y-29{\cdot}04=0$$

(அல்லது)

$$\frac{x}{-145{\cdot}20+300{\cdot}12}=\frac{y}{-125{\cdot}05+435{\cdot}60}=\frac{1}{180-25}$$

(அல்லது)

$$\frac{x}{154{\cdot}92}=\frac{y}{310{\cdot}55}=\frac{1}{155}$$

இவற்றைத் தீர்த்தவுடன் கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$x = 0{\cdot}997$$
$$y = 2{\cdot}001$$

இவைகளே பெரும்பாலும் உண்மைபோலத் தோன்றும் x, y என்பனவற்றின் மதிப்புகளாகும்.

லாகரீதம (மடக்கை) வழியில் பொருத்தும் வளைகோடுகள்

I $y = Ae^{Bx}$

II $y = Ax^{m}$

III $y = ab^{x}$

மாதிரி 389

கீழ்க்காணும் பட்டியல், ஓர் உலோகத் துண்டின் இழு விசைச் சோதனையில் கண்டறிந்த புள்ளி விவரங்களைக் கொடுக்கிறது. இங்கு, $x=$ சுமை (டன்னில்); $y=$ நீளச் செய்த அளவு

(ஓர் அங்குலத்தின்—பத்தாயிரத்தில்). பொருத்தமான $y = Ae^{Bx}$ என்ற வடிவ வளைகோட்டினைப் பொருத்திக் காட்டுக.

x	1	2	3	4	5	6
y	14	27	40	55	68	300

(சென்னை—பல்கலை—1944)

தீர்வு:

ΣY; Σx; ΣYx......... ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

$X = x$	y	$Y = \log y$	XY	X^2
1	14	1·1461	1·1461	1
2	27	1·4313	2·8628	4
3	40	1·6021	4·8063	9
4	55	1·7404	6·9616	16
5	68	1·8325	9·1625	25
6	300	2·4771	14·8626	36
மொத்தம்		ΣY = 10·2296	ΣXY = 39·8019	ΣX^2 = 91

பொருத்தப்படவேண்டிய வடிவம் $y = Ae^{Bx}$

இரு பக்கங்களிலும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log_{10} Y = \log_{10} A + Bx \log_{10} e$$

(அல்லது) $Y = a + bX$

இங்கு, $Y = \log y$

$A = \log a$

$b = B \log e$

$X = x$

ஆகவே, $A = a$-ன் எதிர் மடக்கை

$$B = \frac{b}{\log e}$$

a, b என்ற மதிப்புகளைக் கண்டறியப் பயன்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = na + b\Sigma x$$
$$\Sigma xY = a\Sigma + b\Sigma x^2$$

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டால்:

$$10{\cdot}2296 = 6a + 21b$$
$$39{\cdot}8019 = 21a + 91b$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு கண்டபின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$a = 0{\cdot}9052$$
$$b = 0{\cdot}2285$$

இங்கு, $A = a$-ன் எதிர் மடக்கை

$= 0{\cdot}9052$-ன் எதிர் மடக்கை

$= \mathbf{8{\cdot}039}$

$$B = \frac{b}{log_{10}e}$$
$$= \frac{0{\cdot}2285}{0{\cdot}4343}$$
$$= 0{\cdot}5261$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் படவேண்டிய வளைவு வடிவ

$$y = 8{\cdot}039\, e^{\,0{\cdot}5261x}$$

மாதிரி 390

(i) $y = ax + \dfrac{b}{x}$

(ii) $y = ax^b$

என்ற வகையின்படி, கொடுக்கப்பட்ட n ஜோடிக் கண்டறிந்த புள்ளி விவரங்களில் குறைந்த வர்க்கக் கொள்கைப்படி எப்படிப் பொருத்துவாய் எனக் காட்டுக.

(பி. ஏ.—சென்னை—1951)

தீர்வு:

(i) $y = ax + \dfrac{b}{x}$

கொடுக்கப்பட்ட n புள்ளிகள் $(x_i\ y_i)$; $i = 1, 2, 3 \ldots\ldots\ldots n$ என்று இருக்கட்டும்.

i ஆவது புள்ளியின் எச்சம் $= Y_i - ax_i - \frac{b}{x_i}$ ஆகும்.

ஆகவே, வர்க்கங்களின் கூடுதல்:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(Y - ax_i - \frac{b}{x_i} \right)^2$$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட வளைவைப் பொருத்தப் பயன்படும் சமன்பாடுகள்:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0;\ \frac{\partial S}{\partial a} = 0.$$

இச் சமன்பாடுகளைச் சுருக்கக் கிடைக்கும் சமன்பாடுகள் முறையே:

$$\Sigma xy = a\Sigma x^2 - nb \qquad \ldots(1)$$

$$\Sigma \frac{y}{x} = na - b\Sigma \frac{1}{x^2} \qquad \ldots(2)$$

எனவே; (i), (ii) என்ற இயல் நிலைச் சமன்பாடுகளைப் பயன் படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குக் கேட்கப்பட்ட பரவளைவைப் பொருத்தலாம்.

(ii) $Y = ax^b$ -- பொருத்தப்பட வேண்டிய வளைகோட்டின் வடிவம் இரு பக்கத்திலும் மடக்கை எடுக்கவும்.

$$log_{10} Y = log_{10} a + b\ log_{10} x$$

அல்லது, $Y = A + Bx$ ஆகும்.

இங்கு, $Y =$ மடக்கை 10^Y

$A =$ மடக்கை 10

$B = b$

$X =$ மடக்கை 10^X

ஆகவே, $Y = A + BX$ என்ற நேர்கோட்டு வளையைப் பொருத்தப் பயன்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = nA + B\Sigma X \qquad \ldots(1)$$

$$\Sigma XY = A\Sigma x + B\Sigma X^2 \qquad \ldots(2)$$

எனவே, (1), (2) என்ற இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளைப் பயன் படுத்தி, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குக் கேட்கப் பட்ட $y=ax^b$ என்ற வடிவப் பரவளைவைப் பொருத்தலாம்.

மாதிரி 391

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு $Y=ae^{bx}$ என்ற வளை கோட்டைப் பொருத்துக.

x	5	6	7	8	9	10
y	133	55	23	7	2	2

(திருவனந்தபுரம் பல்கலை)

தீர்வு:

ΣY, Σx, ΣYx .... ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

$X=x$	y	$Y=\log y$	XY	X^2
5	133	2·1239	10·6195	25
6	55	1·7404	10·4424	36
7	23	1·3617	9·5319	49
8	7	0·8451	6·7608	64
9	2	0·3010	2·7090	81
10	2	0·3010	3·0100	100
45	—	ΣY = 6·6731	ΣXY = 43·0736	ΣX^2 = 355

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைவு வடிவம்

$$Y=Ae^{bx}$$

இரு பக்கத்திலும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log_{10} y=\log_{10}a+bx\log_{10}e$$

$$Y=A+BX$$

இங்கு, $Y = \log y$
$A = \log a$
$B = B \log e$
$X = x$

ஆகவே, $a = A$-ன் எதிர் மடக்கை
$$b = \frac{B}{\log e}$$

a, b களைக் கண்டறியப் பயன்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = nA + B\Sigma X$$
$$\Sigma XY = A\Sigma X + B\Sigma X^2$$

பட்டியலில் கண்டறிந்த மதிப்புகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$6{\cdot}6731 = 6A + 45B$$
$$43{\cdot}0736 = 45A + 355B$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு கண்டபின்பு கிடைக்கும் மதிப்புகள்:

$$A = 4{\cdot}1013$$
$$B = -0{\cdot}39855$$

இங்கு, $a = A$-ன் எதிர் மடக்கை
$= \mathbf{12630}$
$$b = \frac{B}{\log_{10} e}$$
$$= \frac{-0{\cdot}39855}{0{\cdot}4343}$$
$$= -\mathbf{0{\cdot}92}$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட வளைவு விவரம்:

$$y = \mathbf{12630}\ e^{-0{\cdot}92x}$$

மாதிரி 392

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு $y = cx^k$ என்ற வடிவ வளைகோட்டினைப் பொருத்துக:

x	10	18	25	36
y	16	34	63	110

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1972)

தீர்வு:

பொருத்தப் படவேண்டிய வளைகோட்டு வடிவம்

$$y = cx^k$$

இரு பக்கத்திலும் (லாக்) மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log y = \log c + k \log x$$

அல்லது, $Y = A + BX$

இங்கு $Y = \log y$

$A = \log c$

$B = k$

$X = \log x$

A, *B* மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டறிய உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = B\Sigma X + nA \quad \ldots(1)$$

$$\Sigma XY = B\Sigma X^2 + A\Sigma X \quad \ldots(2)$$

$\Sigma X\ \Sigma Y,\ \Sigma X^2 \ldots\ \ldots$ ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

x	y	$X\ (=\log x)$	$Y = (\log y)$	XY	X^2
10	16	1·0000	1·2041	1·2041	1·0000
18	34	1·2553	1·5315	1·9125	1·5876
25	63	1·3979	1·7993	2·5150	1·9600
36	110	1·5563	1·5563	3·1758	2·4336
மொத்தம்	$n = 4$	5·2095	6·5763	8·8074	6·9812

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டால்:

$$6{\cdot}5763 = 4A + 5{\cdot}2095B$$

$$8{\cdot}8074 = 5{\cdot}2095A + 6{\cdot}9812B$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு கண்டபின்பு *A*, *B*-க்களின் தோராய மதிப்பு:

$A = 0{\cdot}35$ (தோராயமாக)

$B = 1{\cdot}03$ (தோராயமாக)

ஆகவே, c, k களின் மதிப்பு:

$$c = A\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$
$$= 0{\cdot}35\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$
$$= 2{\cdot}239$$
$$k = B$$
$$= 1{\cdot}03$$

ஆகையால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட வளைவு வடிவம்:

$$y = 0{\cdot}30\, x^{1{\cdot}03}$$

மாதிரி 393

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, $y = ax^b$ என்ற வடிவ வளைகோட்டினைப் பொருத்துக.

x	1	2	3	4	5	6
y	1200	900	600	200	110	50

(திருவனந்தபுரம் பல்கலைக் கழகம்)

தீர்வு:

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைகோட்டு வடிவம் $y = ax^b$. இருபக்கத்திலும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log y = \log a + b \log x$$

அல்லது, $Y = A + Bx$

இங்கு, $Y = \log y$

$A = \log a$

$B = b$

$X = \log x$

A, B மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டறிய உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = B\Sigma X + nA \qquad \ldots(1)$$
$$\Sigma XY = B\Sigma X^2 + A\Sigma X \qquad \ldots(2)$$

ΣY, ΣX, ΣX^2.........ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

x	y	$X\ (=\log x)$	$Y\ (=\log y)$	XY	X^2
1	1200	·0000	3·0792	0	0
2	900	·3010	2·9542	0·885	0·091
3	600	·4771	2·7782	1·334	0·227
4	200	·6021	2·3010	1·587	0·362
5	110	·6991	2·0414	1·426	0·489
6	50	·7782	1·6990	1·325	0·605
மொத்தம்	$n=6$	ΣX $=2·8575$	ΣY $=14·8530$	ΣXY $=6·557$	ΣX^2 $=1·774$

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டால்

$$14·8530 = 6A + 2·8575\ B$$

$$6·557 = 2·8575A + 1·774\ B$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு கண்ட பின்பு **A, B**-க்களின் தோராய மதிப்பு:

$$A = 3·14 \text{ (தோராயமாக)}$$

$$B = -\ 1·4 \text{ (தோராயமாக)}$$

ஆகவே, a, b-க்களின் மதிப்பு:

$$a = A\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$$= 3·14\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$$= 1380$$

$$b = B$$

$$= -\ 1·4$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் படவேண்டிய வளைவு வடிவம்:

$$y = 1380\ x^{-1·4}$$

மாதிரி 394

(i) $pv^m = k$ என்ற வளைகோட்டு வடிவத்தைப் பொருத்தப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை எழுதவும்.

இங்கு, k = நிலைத்த எண்

p = வாயுவின் அழுத்தம்

v = வாயுவின் கன அளவு

என்று பொருள் படுகிறது.

(ii) p-ஐச் சார்பிலா மாறியாகக் கொண்டு கீழ்க் காணும் புள்ளிவிவரங்களுக்கு மேற்கண்ட வளைகோட்டைப் பொருத்தவும்.

p (கி. கிராம்/செ.மீ.^{2})	0·5	1·0	1·5	2·0	2·5	3·0
v (லிட்டர்களில்)	1620	1000	750	620	520	460

(பி.எஸ்ஸி.—ஆக்ரா—1960)

தீர்வு:

(i) பொருத்தப்படவேண்டிய சமன்பாடு:

$$pv^m = k$$

இரு பக்கத்திலும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$log_{10}p + m\,log_{10}v = log_{10}k$$

அல்லது, $log_{10}v = \frac{1}{m}\,log_{10}k - \frac{1}{m}\,log_{10}p$

அல்லது, $Y = a + bX$

இங்கு, $Y = log_{10}v$

$a = \frac{1}{m}\,log_{10}k$

$b = -\frac{1}{m}$,

$x = log_{10}p$

இச் சமன்பாடு $Y = a + bX$ ஐப் பொருத்தப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = na + b\Sigma X \qquad ...(1)$$

அல்லது $\Sigma log_{10}v = 6 \times \frac{1}{m} log_{10}k - \frac{1}{m} log_{10}p$

$$\Sigma XY = a\Sigma X + b\Sigma X^2$$

அல்லது $(\Sigma log_{10}v)(log_{10}p)$

$$= \frac{1}{m} log_{10}k (\Sigma log_{10}p) - \frac{1}{m}\Sigma (log_{10}p)^2$$

(ii) $\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma XY, \Sigma X^2$.........ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல்.

p (கி.கி./ செ.மீ.²)	v (லிட்டர் களில்)	X $(=log_{10}p)$	Y $(=log_{10}v)$	XY	X^2
0·5	1620	$\bar{1}$·6990	3·2095	−0·9661	−·09061
1·0	1000	0·0000	3·0000	0·0000	·00000
1·5	750	0·1761	2·8751	0·5063	·03100
2·0	620	0·3010	2·7924	0·8405	·90610
2·5	520	0·3979	2·7160	0·1081	·15830
3·0	460	0·4771	2·6628	0·1271	·22760
மொத்தம்		ΣX = 1·0511	ΣY = 17·2558	ΣXY = 0·6159	ΣX^2 = ·59812

[குறிப்பு $\bar{1}$·6990 = −1+0·6990

$\bar{1}$·6990×3·2095 = −(0·3010) (3·2095)

= −0·9661]

பட்டியலில் கண்ட $\Sigma x; \Sigma y; \Sigma XY; \Sigma X^2$ மதிப்புகளை இயல்நிலை சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்டால்:

$$17·2558 = 6a + 1·0511b$$
$$0·6159 = 1·0511a - 0·59812b$$

சமன்பாடுகளைத் தீர்வு கண்டால், a, bக்களின் மதிப்பு:

$$a = \frac{4·93}{1·7}$$

$$b = -\frac{1}{1·7}$$

ஆகவே, $m = -\frac{1}{b}$

$= -(-1{\cdot}7) = 1{\cdot}7$

$\log_{10}k = a \times m$

$= \frac{4{\cdot}93}{1{\cdot}7} \times 1{\cdot}7$

$= 4{\cdot}93$

$k = 4{\cdot}93$-ன் எதிர் மடக்கை

$= 85110$

ஆகையால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட வளைவின் வடிவம்:

$$pv^{1\cdot7} = 85110$$

மாதிரி 395

x, y மாறிகளின் தொடர்பு தோராயமாக $x^n y = C$ என இருப்பதாகக் கொண்டு n, C மதிப்புகளைக் கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்கள் மூலம் கணக்கிடுக. பொருத்தப்பட்ட வளைவையும் காட்டு.

x	37·35	31·34	26·43	19·08	16·33	14·04
y	10·16	12·25	14·30	20·80	24·54	28·83

(இருபக்க மடக்கைத் தாளில், வரைபடம் மூலமும் காட்டு.)

(திருவனந்தபுரம் பல்கலைக் கழகம்—1941)

தீர்வு:

பொருத்தப்படவேண்டிய சமன்பாடு:

$x^n y = C$

இருபக்க மடக்கை எடுக்கவும்:

$n \log_{10}x + \log_{10}y = \log_{10}C$

அல்லது, $\log_{10}y = +\log_{10}C - n\log_{10}x$

அல்லது, $Y = A + BX$

இங்கு, $Y = \log_{10}y$

$A = \log_{10}C$

$B = -n$

$X = \log_{10}x$

A, *B* மதிப்புகளைக் கண்டறிய உதவும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் :

$$\Sigma Y = nA + B\Sigma X \quad \ldots(1)$$
$$\Sigma XY = A\Sigma X + B\Sigma X^2 \quad \ldots(2)$$

x	y	$X = \log_{10}x$	$Y\ (=\log_{10}y)$	XY	X^2
37·36	11·16	1·5724	1·0068	1·5831	2·4724
31·34	12·26	1·4961	1·0885	1·6285	2·2383
26·43	14·30	1·4221	1·1553	1·6430	2·0224
19·08	20·80	1·2806	1·3181	1·6880	1·6399
16·33	24·54	1·2130	1·3899	1·6859	1·4714
14·04	28·83	1·1473	1·4599	1.6749	1·3163
மொத்தம்		ΣX =8·1315	ΣY =7·4185	ΣXY =9·9034	ΣX^2 =11·1607

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்டால்:

$$7{\cdot}4185 = 6A + 8{\cdot}1315B$$
$$9{\cdot}9034 = 8{\cdot}1315 + 11{\cdot}1607B$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு கண்ட பின்பு:

$$A = 2{\cdot}6882$$
$$A = -\,1{\cdot}0712$$

ஆகவே, *C*, *n* களின் மதிப்பு:

C = A-ன் எதிர் மடக்கை
= 2·6882-ன் எதிர் மடக்கை
= 487·7

$$n = -B$$
$$= 1{\cdot}072$$

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப் பட்ட வளைவு வடிவம்:

$$x^{1{\cdot}0712}\, y = 487{\cdot}7$$

மாதிரி 396

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு $y = ab^x$ என்ற கோட்டைப் பொருத்திக் காட்டுக.

x	2	3	4	5	6
y	144	172·8	207·4	248·8	298·5

(பி.எஸ்ஸி. — சென்னை — 1961)

தீர்வு:

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைவு:

$$y = ab^x$$

இரு பக்கத்திலும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log_{10}y = \log_{10}a + x \log_{10}b$$

அல்லது, $Y = A+BX$

இங்கு, $Y = \log_{10}y$

$A = \log_{10}a$

$B = \log_{10}b$

$X = x$

A, B-க்களின் மதிப்பைக் கண்டறியப் பயன்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = nA+B\Sigma X \quad \ldots(1)$$

$$\Sigma XY = A\Sigma X+B\Sigma X^2 \quad \ldots(2)$$

அல்லது, $\Sigma \log y = n \log a+\log b\Sigma x$

$\Sigma x \log y = \log a\Sigma x+\log b\Sigma x^2$

என்பனவாகும்.

Σx, $\Sigma \log y$, Σx^2, $\Sigma x \log y$ களைக் கணக்கிடல்:

x	x^2	y	$\log y$	$x \log y$
2	4	144	2·1584	4·3168
3	9	172·8	2·2375	6·7125
4	16	207·4	2·3168	9·2672
5	25	248·8	2·3959	11·9795
6	36	298·5	2·4749	14·1254
Σx = 20	Σx^2 = 90		$\Sigma \log y$ = 11·5835	$\Sigma x \log y$ = 47·1254

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்டால்:

$$11{\cdot}5835 = 5 \log a + 20 \log b$$

$$47{\cdot}1254 = 20 \log a + 90 \log b$$

இச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகண்ட பின்பு:

$$\log a = 2{\cdot}00014$$

$$\log b = 0{\cdot}07914$$

ஆகவே, $a = 2{\cdot}00054$-ன் எதிர் மடக்கை

$$= 100$$

$b = 0{\cdot}0791$-ன் எதிர் மடக்கை

$= 1{\cdot}2$ (தோராயமாக)

ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தப்பட்ட வளைகோட்டு வடிவம்

$$y = 100\,(1{\cdot}2)^x$$

மாதிரி 397

ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகை, 10 ஆண்டுகள் இடைவெளிகளாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

ஆண்டு	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941
மக்கள் தொகை (மில்லியனில்)	3·9	5·3	7·3	9·6	12·9	17·1	23·2

$y = ab^x$ என்ற வடிவ வளைவைப் பொருத்தி, 1951ஆம் ஆண்டு மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுக.

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்—1953)

தீர்வு:

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைவு: $y = ab^x$

இங்கு, $u = \dfrac{x - 1911}{10}$ ஆக இருக்கட்டும்.

எனவே, பொருத்தப்படவேண்டிய வளைவு:

(u-மாறியைப் பயன்படுத்தி)

$$y = ab^u$$

இரு பக்கமும் மடக்கை எடுக்கவும்:

$$\log_{10} y = \log_{10} a + u \log_{10} b$$

அல்லது, $Y = A + Bu$

$$Y = \log_{10} y$$
$$A = \log_{10} a$$
$$B = \log_{10} b$$

இங்கு, A, B மதிப்புகளைக் காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = nA + B\Sigma u \quad \ldots(1)$$
$$\Sigma uY = A\Sigma u + B\Sigma u^2 \quad \ldots(2)$$

அல்லது, $\Sigma \log y = n(\log_{10} a) + (\log_{10} b)(\Sigma u)$

$$\Sigma u \log y = (\log_{10} a)(\Sigma u) + (\log_{10} b)(\Sigma u^2)$$

ஆகவே, a = A-ன் எதிர் மடக்கை

b = B-ன் எதிர் மடக்கை

$\Sigma u, \Sigma Y, \Sigma uY, \Sigma u^2$ ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல் :

ஆண்டு x	மக்கள்தொகை (மில்லியனில்) y	u	$Y = (\log y)$	uY	u^2
1881	3·9	−3	0·5911	−1·7733	9
1891	5·3	−2	0·7243	−1·4486	4
1901	7·3	−1	0·8633	−0·8633	1
1911	9·6	0	0·9823	0	0
1921	12·9	1	1·1106	1·1106	1
1931	17·1	2	1·2330	2·4660	4
1941	23·2	3	1·3655	4·0965	9
மொத்தம்		Σu = 0	ΣY = 6·8701	ΣuY = 3·5879	Σu^2 = 28

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$6{\cdot}8701 = 7A + (0 \times B)$$
$$3{\cdot}5879 = (0 \times A) + 28B$$

தீர்வு கண்டால், $A = \frac{6 \cdot 8701}{7}$

$= 0 \cdot 9814$

$B = \frac{3 \cdot 5879}{28}$

$= 0 \cdot 1281$

ஆகவே, a = A-ன் எதிர் மடக்கை

= 0·9814-ன் எதிர் மடக்கை

= 9·581

b = B-ன் எதிர் மடக்கை

= 0·1281-ன் எதிர் மடக்கை

= 1·343

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட வளைகோட்டின் வடிவம்:

$$Y = (9 \cdot 581)\,(1 \cdot 343)^u$$

இங்கு, $u = \frac{x-1911}{10}$

$x = 1951$ எனில், $u = \frac{1951-1911}{10}$

$= 4$

ஆகவே, $Y = 0 \cdot 1281u + 0 \cdot 9814$

$= (0 \cdot 1281 \times 4) + 0 \cdot 9814$

$= 1 \cdot 4938$

அல்லது, $\log y = 1 \cdot 4938$

ஆகவே, y = 1·4938-ன் எதிர் மடக்கை

= **31·18**

மாதிரி 398

கொடுக்கப்பட்ட மக்கள் தொகைக் கணக்கு:

ஆண்டு	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941	1951
மக்கள் தொகை (மில்லியனில்) y	3·9	5·3	7·3	9·6	12·9	17·1	23·2	30·5

$y = ab^x$ என்ற வளைவைப் பொருத்தி 1961-ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுக.

(எம்.ஏ.—டெல்லி—1957)

தீர்வு:

Σu, Σy........களைக் கணக்கிடல்:

u	y	$\log y$	$u \log y$	u^2
−7	3·9	0·5911	−4·1317	49
−5	5·3	0·7243	−3·6215	25
−3	7·3	0·8633	−2·5899	9
−1	9·6	0·9823	−0·9823	1
1	12·9	1·1106	1·1106	1
3	17·1	1·2330	3·6990	9
5	23·2	1·3655	6·8275	25
7	30·5	1·4843	10·3901	49
$\Sigma u = 0$		$\Sigma \log y = 8·3544$	$\Sigma u \log y = 10·6858$	$\Sigma u^2 = 168$

$$y = ab^u$$
$$\Sigma \log y = nA + B\Sigma u$$
$$\Sigma u \log y = A\Sigma u + B\Sigma u^2$$

பட்டியலில் கண்ட மதிப்புகளைப் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$8·3544 = 8A$$
$$\therefore A = 1·0443$$
$$10·6858 = 168B$$
$$\therefore B = 0·636$$

ஆகவே, a = A-ன் எதிர் மடக்கை
= 1·0443-ன் எதிர் மடக்கை
= **11·08**

b = B-ன் எதிர் மடக்கை
= 1·158

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட வளைகோடு:

$$y = (11·08)\,(1·158)^u$$

இங்கு, $u = \dfrac{x-1916}{5}$

$x = 1961$ என்றால், $u = \dfrac{1961 - 1916}{5}$

$= 9$

ஆகவே, $y = (11{\cdot}08)\,(1{\cdot}158)^9$

$\log y = \log 11{\cdot}08 + 9 \log 1{\cdot}158$

$= 1{\cdot}0443 + 9\,(0{\cdot}0636)$

$= 1{\cdot}6167$

$\therefore y = 1{\cdot}6167$-ன் எதிர் மடக்கை

$= \mathbf{41{\cdot}37}$

ஆகையால் 1961ஆம் ஆண்டின் மக்கள் தொகை மதிப்பு

$= \mathbf{41{\cdot}37}$ மில்லியன்

மாதிரி 399

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் 1916—1930 ஆண்டுகளில் அமெரிக்க ஐக்கிய நாட்டில் உற்பத்தியான பிரயாண வண்டிகளின் எண்ணிக்கையினைத் தருகிறது. $y = ar^x$ என்ற வடிவ வளைவினைப் பொருத்திக் காட்டுக.

ஆண்டு	எண்ணிக்கை (மில்லியனில்)	ஆண்டு	எண்ணிக்கை (மில்லியனில்)
1916	1·5	1924	3·7
1917	1·9	1925	4·4
1918	1·2	1926	4·5
1919	1·9	1927	3·6
1920	2·2	1928	4·6
1921	1·7	1929	5·6
1922	2·6	1930	3·5
1923	4·5		

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)

தீர்வு.

பொருத்தப்படவேண்டிய வளைவு $y = ar^x$

இங்கு, $X = x^{10} - 1923^{10}$ என இருக்கட்டும். பின்பு

$y = ar^X$

இரு பக்கமும் மடக்கை எடுக்கவும்.

$$\log_{10} y = \log_{10} a + X \log_{10} r$$

அல்லது, $Y = A + BX$

இங்கு, $Y = \log_{10} y$

$A = \log_{10} a$

$B = \log_{10} r$

$X = x - 1923$

இங்கு, A, B மதிப்புகளைக் காணப் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்:

$$\Sigma Y = nA + B\Sigma X \quad \ldots(1)$$

$$\Sigma XY = A\Sigma X + B\Sigma X^2 \quad \ldots(2)$$

$\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma XY$........ ஆகியவைகளைக் கணக்கிடல்:

ஆண்டு x	எண்ணிக்கை y	X	$Y (= \log y)$	XY	X^2
1916	1·6	−7	0·2041	−1·4287	49
1917	1·9	−6	0·2788	−1·6728	36
1918	1·2	−5	0·0792	−0·3960	25
1919	1·9	−4	0·2788	−1·1152	16
1920	2·2	−3	0·3424	−1·0272	9
1921	1·7	−2	0·2304	−0·4608	4
1922	2·6	−1	0·4150	−0·4150	1
1923	4·5	0	0·6532	0·0000	0
1924	3·7	1	0·5682	0·5682	1
1925	4·4	2	0·6435	1·2870	4
1926	4·5	3	0·6532	1·9596	9
1927	3·6	4	0·5528	2·2252	16
1928	4·6	5	0·6628	3·1140	25
1929	5·6	6	0·7482	4·4892	36
1930	3·5	7	0·5441	3·8087	49
மொத்தம்	$n = 15$	0	6·8582	10·9392	280

பட்டியலில் கண்டறிந்த மதிப்புகளை இயல்நிலைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்ட பின்பு:

$$6{\cdot}8582 = 15A + (0 \times B)$$

$$10{\cdot}9362 = (0 \times A) + 280B$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த பின்பு:

$$15A = 6{\cdot}8582$$

$$A = \frac{6{\cdot}8582}{15} = \mathbf{0{\cdot}4572}$$

$$280B = 10{\cdot}9362$$

$$\therefore B = \frac{10{\cdot}9362}{280}$$

$$= \mathbf{0{\cdot}039}$$

ஆகவே, a = A-ன் எதிர் மடக்கை

= 0·4572-ன் எதிர் மடக்கை

= 2·864

r = B-ன் எதிர் மடக்கை

= 0·039-ன் எதிர் மடக்கை

= **0·2455**

ஆகவே, பொருத்தப்பட்ட வளைகோட்டின் வடிவம்:

$$y = (2{\cdot}864)\,(0{\cdot}2455)^x$$

7. குறியீட்டெண்கள்

(Index Numbers)

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளின் அல்லது குறிப்பிட்ட இடை வெளியின் இயற்காட்சியினை (Phenomenon), அதே இயற்காட்சி யினொரு முந்திய நாளின் அல்லது இடைவெளியில் இருந்த நிலையோடு ஒப்பிட்டு, அளந்து கூறுதலையே குறியீட்டெண்கள் (Index Numbers) எனக் கூறுகிறோம்.

நாற்றுக்கு எப்பொழுதும் சமமாக இருக்கும்படியுள்ள அடிப்படை ஆண்டின் குறியீட்டுடன் ஒப்பிட்டு நடப்பு ஆண்டின் குறியீட்டைச் சதவீதத்தில் பெரும்பாலும் எழுதும் முறைக்கு குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடும் முறை என்கிறோம்.

குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்

I. **சாதாரண முறை** ✓

$$\text{நிகழ்வாண்டுக் குறியீட்டெண்} = \frac{\text{நிகழ்வாண்டு விலை}}{\text{அடிப்படை ஆண்டு விலை}} \times 100$$

$$= \frac{p_1}{p_0} \times 100$$

II. **நிலையான அடிப்படை ஆண்டு, சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு ஆகிய முறைகளில் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:**

மாதிரிகள்.............களைக் கவனிக்க.

III. **சார்பிகளின் சாதாரண சராசரி முறை:** ✓

$$\text{நிகழ்வாண்டுக் குறியீட்டெண் } (p_{01}) = \frac{\Sigma \left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)}{n}$$

IV. **நிறையிட்ட மொத்தக் குறியீட்டெண்:**

(1) லாஸ்ச்பேயரின் குறியீட்டெண்:

$$p_{01} = \frac{\Sigma\, p_1 q_0}{\Sigma\, p_0 q_0} \times 100$$

(இங்கு அடிப்படை ஆண்டு நுகர்வு அளவை நிறையாகக் கொண்டு, குறியீட்டெண் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது)

(2) பாஃச்செயின் குறியீட்டெண்:

$$p_{01} = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1} \times 100$$

(இங்கு நிகழ்வாண்டு நுகர்வு அளவை நிறையாகக் கொண்டு குறியீட்டெண் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

(3) மார்சல்—எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண்.

$$p_{01} = \frac{\Sigma\, p_1\, (q_0+q_1)}{\Sigma\, p_0\, (q_0+q_1)} \times 100$$

இங்கு அடிப்படை, நிகழ்வு ஆண்டுகளின் கூடுதல் நுகர்வு அளவுகள் சராசரியாகப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

(4) பிஷ்ஷரது விழுமிய குறியீட்டெண்:

$$p_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma\, p_1\, q_0}{\Sigma\, p_0\, q_0} \times \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1}} \times 100$$

இங்கு, அடிப்படை, நிகழ்வு ஆண்டுகளின் நுகர்வு அளவுகள் இரண்டும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது காணலாம்.

இச் சூத்திரத்தை எதிர்மாற்று எடைச் சூத்திரம் என்றும் கூறலாம்.

(5) டிரோஃபிட்ச்—பவ்லி ஆகியோரின் குறியீட்டெண்:

$$p_{01} = \left\{\left(\frac{\Sigma\, p_1\, q_0}{\Sigma\, p_0\, q_0} \times \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1}\right) \div 2\right\} \times 100$$

இங்கும் அடிப்படை, நிகழ்வு ஆண்டுகளின் நுகர்வு அளவுகள் இரண்டும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது காணலாம்.

V. **வாழ்க்கை அடக்கச் செலவு குறியீட்டெண்** (Cost of Living Index Number):

(a) மொத்தச் செலவு முறை:

$$\text{குறியீட்டெண்} = \frac{\Sigma\, p_1\, q_0}{\Sigma\, p_0\, q_0} \times 100$$

(b) குடும்ப வரவு—செலவு முறை அல்லது சார்புகளின் நிறையிட்ட சராசரி முறை:

$$\text{குறியீட்டெண்} = \frac{\Sigma\, IV}{\Sigma\, V} \text{ அல்லது } \frac{\Sigma\, IW}{\Sigma\, W}$$

I = சார்புகள் (Price Relatives)

V அல்லது W = மதிப்பு அல்லது நிறை

VI பேராசிரியர் இர்விங் பிஷ்ஷரின் விழுமிய சூத்திரம்:

நிகழ்வாண்டின் குறியீட்டெண்

$$= \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \times 100$$

(1) பொருள் எதிர் மாற்றுச் சோதனை (Commodity Reversal Test):

'பொருளை எப்படி எடுத்து வரிசைப்படுத்தினாலும் அதனால் குறியீட்டெண்கள் பாதிக்கப் படாமலிருத்தல் வேண்டும்'

எல்லாக் குறியீட்டெண்களும் இச் சோதனையை நிறைவு செய்கின்றன.

(2) கால எதிர் மாற்றுச் சோதனை (Time Reversal Test):

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

இங்கு, $P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$

$P_{10} = \sqrt{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0} \times \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1}}$

(3) காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனை (Factor Reversal Test):

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

இங்கு, $P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$

$Q_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0}}$

VII. அடிப்படை மாற்றல்:

புதிய குறியீட்டெண்

$$= \frac{\text{நிகழ்வாண்டின் பழைய குறியீட்டெண்}}{\text{புதிய அடிப்படையாண்டின் பழைய குறியீட்டெண்}} \times 100$$

VIII. **குறியீட்டெண்களைப் பிணைத்தல்** (Splicing of Index Numbers):

பிணைத்த குறியீட்டெண்

$$= \frac{\text{நிகழ்வாண்டுக் குறியீட்டெண்} \times \text{புதிய அடிப்படை ஆண்டின் பழைய குறியீட்டெண்}}{100}$$

IX. **குறியீட்டெண்ணின் வீக்கத்தைக் குறைத்தல்** (Deflating Index Numbers):

உண்மை வருமானம்

$$= \frac{\text{பண வருமானம்}}{\text{வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்}} \times 100$$

மாதிரி 400

கீழே தரப்பட்டுள்ள சணலின் ஆண்டுச் சராசரி மொத்த விற்பனை விலைகளுக்கு 1914 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கும் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	ரூபாய்கள்	ஆண்டு	ரூபாய்கள்
1914	78	1923	78
1915	54	1924	76
1916	67	1925	112
1917	56	1926	99
1918	72	1927	76
1919	102	1928	75
1920	98	1929	71
1921	94	1930	50
1922	88		

(பி.காம்.—கல்கத்தா—1934)

தீர்வு:

$$\text{குறியீட்டெண்} = \frac{p_1}{p_0} \times 100$$

இங்கு p_1 = நிகழ்வாண்டு விலை

p_0 = அடிப்படையாண்டு விலை

சணல் விலைகளின் குறியீட்டெண்கள்

ஆண்டு	விலை (ரூபாய்)	குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1914	78	= 100
1915	54	$\frac{54}{78} \times 100 = 69 \cdot 2$
1916	67	$\frac{67}{78} \times 100 = 85 \cdot 9$
1917	56	$\frac{56}{78} \times 100 = 71 \cdot 8$
1918	72	$\frac{72}{78} \times 100 = 92 \cdot 3$
1919	102	$\frac{102}{78} \times 100 = 130 \cdot 8$
1920	98	$\frac{98}{78} \times 100 = 125 \cdot 6$
1921	94	$\frac{94}{78} \times 100 = 120 \cdot 5$
1922	88	$\frac{88}{78} \times 100 = 112 \cdot 8$
1923	78	$\frac{78}{78} \times 100 = 100$
1924	76	$\frac{76}{78} \times 100 = 97 \cdot 4$
1925	112	$\frac{112}{78} \times 100 = 143 \cdot 6$
1926	99	$\frac{99}{78} \times 100 = 126 \cdot 9$
1927	76	$\frac{76}{78} \times 100 = 97 \cdot 4$

ஆண்டு	விலை (ரூபாய்)	குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1928	75	$\frac{75}{78} \times 100 = 96{\cdot}1$
1929	71	$\frac{71}{78} \times 100 = 91$
1930	50	$\frac{50}{78} \times 100 = 64{\cdot}1$

மாதிரி 401

மாதிரி 1-ல் கொடுக்கப்பட்ட சணலின் ஆண்டுச் சராசரி முழு விற்பனை விலைகளுக்கு, ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கும் சங்கிலித் தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறையில் சாதாரணக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

ஆண்டு	விலை (ரூபாய்)	சங்கிலித்தொடர் குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1914	78	$= 100$
1915	54	$\frac{54}{78} \times 100 =$
1916	67	$\frac{67}{54} \times 100 =$
1917	56	$\frac{56}{67} \times 100 =$
1918	72	$\frac{72}{56} \times 100 =$
1919	102	$\frac{102}{72} \times 100 =$

ஆண்டு	விலை (ரூபாய்)	சங்கிலித்தொடர் குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1920	98	$\frac{98}{102} \times 100 =$
1921	94	$\frac{94}{78} \times 100 =$
1922	88	$\frac{88}{94} \times 100 =$
1923	78	$\frac{78}{88} \times 100 =$
1924	76	$\frac{76}{78} \times 100 =$
1925	112	$\frac{112}{76} \times 100 =$
1926	99	$\frac{99}{112} \times 100 =$
1927	76	$\frac{76}{99} \times 100 =$
1928	75	$\frac{75}{76} \times 100 =$
1929	71	$\frac{71}{75} \times 100 =$
1930	50	$\frac{50}{71} \times 100 =$

சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறைக் குறியீட்டெண் $= \frac{p_1}{p_0} \times 100$

இங்கு, p_1 = நிகழ்வாண்டு விலை

p_0 = நிகழ்வாண்டிற்கு முந்தைய ஆண்டு விலை.

மாதிரி 402

கீழ்க் காண்பவைகள் விலைகளின் குறியீட்டெண்களாகும். (அடிப்படை ஆண்டு 1939 = 100) அடிப்படை ஆண்டை 1939-லிருந்து 1946-க்கு மாற்றி புதிய குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946
குறியீட்டெண்கள்	100	110	120	200	320	400	410	400
ஆண்டு	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954
குறியீட்டெண்கள்	380	370	350	360	348	340	320	300

(எல்•காஸ்—ப. 263)

தீர்வு:

அடிப்படை ஆண்டை 1939-லிருந்து 1946-க்கு மாற்றிய பின்பு புதிய குறியீட்டெண்கள் (அடிப்படை ஆண்டு 1946 = 100)

ஆண்டு	(குறியீட்டெண்கள்) (அடிப்படை ஆண்டு = 1939)	புதிய குறியீட்டெண்கள் (அடிப்படை ஆண்டு = 1946)
1939	100	$100 \times \frac{100}{400} = 25$
1940	110	$101 \times \frac{100}{400} = 27{\cdot}5$
1941	120	$102 \times \frac{100}{400} = 30$

ஆண்டு	(குறியீட்டெண்கள்) (அடிப்படை ஆண்டு = 1939)	புதிய குறியீட்டெண்கள் (அடிப்படை ஆண்டு = 1946)
1942	200	$200 \times \frac{100}{400} = 50$
1943	320	$320 \times \frac{100}{400} = 80$
1944	410	$400 \times \frac{100}{400} = 100$
1945	410	$400 \times \frac{100}{400} = 102{\cdot}5$
1946	400	$400 \times \frac{100}{400} = 100$
1947	380	$380 \times \frac{100}{400} = 95$
1948	370	$370 \times \frac{100}{400} = 92{\cdot}5$
1949	350	$350 \times \frac{100}{400} = 87{\cdot}5$
1950	360	$360 \times \frac{100}{400} = 90$
1951	348	$348 \times \frac{100}{400} = 87$
1952	340	$340 \times \frac{100}{400} = 85$
1953	320	$320 \times \frac{100}{400} = 80$
1954	300	$300 \times \frac{100}{400} = 75$

மாதிரி 403

(a) கீழே தரப்பட்டுள்ள சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறைக் குறியீட்டெண்களுக்கு, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	1935	1936	1937	1938	1939	1940
நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண் (1935 = 100)	94	98	102	95	98	100

(b) கீழே தரப்பட்டுள்ள சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறைக் குறியீட்டெண்களுக்கு, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	1935	1936	1937	1938	1939	1940
சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்கள்	105	75	71	105	95	90

(பி.காம்.—ஆக்ரா—1943)

தீர்வு:

(a) 1935ஆம் ஆண்டு அடிப்படை ஆண்டாகும் = 100. நிலையான அடிப்படை ஆண்டு முறையில் கணக்கிடப்பட்ட குறியீட்டெண்களை, சங்கிலித் தொடர், அடிப்படை ஆண்டு முறைக் குறியீட்டெண்களாக மாற்றும் வழிமுறை கீழே தரப் பட்டுள்ளது:

ஆண்டு	நிலையான அடிப்படைக் குறியீட்டெண்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட் டெண்ணை மாற்றல்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட்டெண்
1935	94	——	= 100·0
1936	98	$\frac{98}{94} \times 100$	= 104·3

ஆண்டு	நிலையான அடிப்படை குறியீட்டெண்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட் டெண்ணாக மாற்றல்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட்டெண்
1937	102	$\frac{102}{98} \times 100$	= 104·1
1938	95	$\frac{95}{102} \times 100$	= 93·1
1939	98	$\frac{98}{95} \times 100$	= 103·2
1940	100	$\frac{100}{98} \times 100$	= 102·0

(b) 1935 = 100 என்பதை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

ஆண்டு	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட்டெண்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களை (1935 = 100) எனும் நிலையான அடிப்படைக் குறியீட்டெண்ணாக மாற்றல்	நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்
1935	105	———	= 100
1936	75	$\frac{105}{100} \times 75$	= 105
1937	71	$\frac{105}{100} \times \frac{75}{100} \times 71$	= 56
1938	105	$\frac{105}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{71}{100} \times 105$	= 59
1939	95	$\frac{105}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{71}{100} \times \frac{105}{100} \times 95$	= 56
1940	90	$\frac{105}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{71}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{95}{100} \times 90$	= 51

மாதிரி 404

(1) 1942 ஆம் ஆண்டின் விலையை அடிப்படை ஆண்டு விலையாகக் கொண்டு,

(2) சங்கிலித் தொடர் அடிப்படையாகக் கொண்டு குறியீட்டெண் கணக்கிடல்

ஆகிய முறைகளில் கீழ்க் காணும் குறியீட்டெண்களுக்குப் புதிய குறியீட்டெண்ணைக் காண்க

ஆண்டுகள்	1939	1940	1941	1942	1943	1944
குறியீட்டெண்கள்	100	110	175	250	300	400

(எம்.காம் - 1956)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட புதிய குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

ஆண்டு	கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டெண்கள்	1942 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு கணக்கிடப் பட்ட புதிய குறியீட்டெண்கள்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படையின் குறியீட்டெண்கள்
1939	100	$\frac{100 \times 100}{250} = 40$	100
1940	110	$\frac{100 \times 110}{250} = 40$	$\frac{110}{100} \times 100 = 110$
1941	175	$\frac{100 \times 175}{250} = 70$	$\frac{175}{110} \times 100 = 159$
1942	250	$\frac{100 \times 250}{250} = 100$	$\frac{250}{175} \times 100 = 143$
1943	300	$\frac{100 \times 300}{250} = 120$	$\frac{300}{250} \times 100 = 120$
1944	400	$\frac{100 \times 400}{250} = 160$	$\frac{400}{300} \times 100 = 133$

மாதிரி 405

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள இந்தியாவின் தொழில் உற்பத்திப் புள்ளி விவரங்களுக்குச் சங்கிலித்தொடர், அடிப்படை ஆண்டு முறையில் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிட்டு, இந்தியாவின் தொழில் வளர்ச்சியின் ஏற்ற இறக்கத்தை ஒப்பிட்டுக் காட்டுக.

இந்தியாவின் தொழில் உற்பத்தியின் குறியீட்டெண்கள்:

ஆண்டு	குறியீட்டெண்	ஆண்டு	குறியீட்டெண்
1919—20	120	1926—27	149
1920—21	122	1927—28	156
1921—22	116	1928—29	137
1922—23	120	1929—30	162
1923—24	120	1930—31	149
1924—25	137	1931—32	160
1925—26	136	1932—33	160

(எம்.காம்.—லக்னோ—1943)

தீர்வு :

இந்தியாவின் தொழில் உற்பத்தியின் சங்கிலித்தொடர் குறியீட்டெண்கள் (1919-20 ஆம் ஆண்டின் தொழில் உற்பத்தியின் சங்கிலித்தொடர் குறியீட்டெண்ணை 100 என்று அடிப்படையாகக் கொண்டு) .

ஆண்டு	குறியீட்டெண்	சங்கிலித் தொடரின் குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{q_0} \times 100\right)$
1919-20	120	100
1920-21	122	$\frac{122}{120} \times 100 = 101 \cdot 66$
1921-22	116	$\frac{116}{122} \times 100 = 95.08$
1922-23	120	$\frac{120}{116} \times 100 = 103 \cdot 4$

ஆண்டு	குறியீட்டெண்	சங்கிலித் தொடரின் குறியீட்டெண் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1923-24	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
1924-25	137	$\frac{137}{120} \times 100 = 114{\cdot}16$
1925-26	136	$\frac{136}{137} \times 100 = 99{\cdot}27$
1926-27	149	$\frac{149}{136} \times 100 = 109{\cdot}6$
1927-28	156	$\frac{156}{149} \times 100 = 104{\cdot}7$
1928-29	137	$\frac{137}{156} \times 100 = 87{\cdot}8$
1929-30	162	$\frac{162}{137} \times 100 = 118{\cdot}2$
1930-31	149	$\frac{149}{162} \times 100 = 91{\cdot}2$
1931-32	160	$\frac{160}{149} \times 100 = 107{\cdot}4$
1932-33	160	$\frac{160}{160} \times 100 = 100$

மாதிரி 406

மூன்று ஐந்தாண்டுச் சராசரிகள்:

(i) 1909-10-லிருந்து 1913-14 ஆண்டு வரை

(ii) 1914-15-லிருந்து 1918-19 ஆண்டு வரை

(iii) 1919-20-லிருந்து 1923-24 ஆண்டு வரை

ஆகியவற்றை அடிப்படை ஆண்டுகளாகக் கொண்டு, கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு மூன்று குழுக்களாகக் குறியீட் டெண்கள் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	இறக்குமதியின் மதிப்பு (கோடி ரூபாய்களில்)
சராசரி 1909-10-லிருந்து 1913-14 வரை	145·9
சராசரி 1914-15-லிருந்து 1918-19 வரை	147·8
சராசரி 1918-19-லிருந்து 1923-24 வரை	254·0
1924-25	246·6
1925-26	226·2
1926-27	231·2
1927-28	249·8
1928-29	253·3
1929-30	240·8
1930-31	164·8
1931-32	126·4
1932-33	132·6
1933-34	115·4

(பி.காம்.—ஆந்திரா—1943)

(பி.காம். ஆனர்ஸ்—திருவனந்தபுரம்)

தீர்வு:

மூன்று தனித்தனி அடிப்படை ஆண்டுகளைக் கொண்டு குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

ஆண்டுகள்	இறக்குமதியின் மதிப்பு (கோடி ரூபாயில்)	1909-10—1913-14 ஆண்டுகள் சராசரியை அடிப்படையாகக்கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	1914-15—1918-19 ஆண்டுகள் சராசரியை அடிப்படையாகக்கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	1919-20—1923-24 ஆண்டுகள் சராசரியை அடிப்படையாகக்கொண்ட குறியீட்டெண்கள்
1924-25	246·6	169·0	166 2	97 1
1925-26	226·2	155·6	153·1	86·1
1926-27	231·2	158·5	156·4	91·0
1927-28	249·8	171·2	169 0	99·7
1928-29	253 3	173·6	172·3	98 3
1929-30	240 8	164 4	162 2	94 8
1930-31	164·8	112·95	111 5	64·9
1931-32	126·4	86·6	85·5	49·8
1932-33	132·6	90 9	89·7	52·2
1933-34	115·4	79 1	79·0	45·4

குறிப்பு: குறியீட்டெண் $= \frac{\text{நிகழ்வாண்டு மதிப்பு}}{\text{அடிப்படை ஆண்டு மதிப்பு}} = 100$

மாதிரி 407

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நி. அ. ஆ. குறியீட்டெண்ணைச் சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்ணைக மாற்றி அமைக்கவும்.

ஆண்டு	1940	1941	1942	1943	1944
குறியீட்டெண்	267	275	280	290	320

(பி.காம்.—சென்னை—1962)

தீர்வு:

1904 ஆம் ஆண்டு அடிப்படை ஆண்டாகும் = 100. நிலையான அடிப்படை ஆண்டு முறையில் கணக்கிடப்பட்ட குறியீட்டெண்களை, சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறைக் குறியீட்டெண்களாக மாற்றும் வழிமுறை கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

ஆண்டு	நிலையான அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்ணாக மாற்றல்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்
1940	267	—	= 100·00
1941	275	$\frac{275}{267} \times 100$	= 102·99
1942	280	$\frac{280}{275} \times 100$	= 101·82
1943	290	$\frac{290}{280} \times 100$	= 103·57
1944	320	$\frac{320}{290} \times 100$	= 110·34

மாதிரி 408

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்ணை, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்ணாக மாற்றியமைக்கவும்.

ஆண்டு	1900	1901	1902	1903	1904
சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்	80	110	120	90	140

(பி.காம்.—சென்னை—1961)

தீர்வு:

1900 = 100 என்பதை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

ஆண்டு	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படைக் குறியீட்டெண்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களை (1900 = 80) என்னும் நிலையான அடிப்படைக் குறியீட்டெண்ணாக மாற்றல்	நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்
1900	80	—	= 100·0
1901	110	$\frac{80}{100} \times 110$	= 88 0
1902	120	$\frac{80}{100} \times \frac{110}{100} \times 120$	= 105·6
1903	90	$\frac{80}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} \times 90$	= 95·94
1904	140	$\frac{80}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} \times \frac{90}{100} \times 140$	= 134·32

மாதிரி 409

1898 ஐயும், 1902 ஐயும் அடிப்படை ஆண்டுகளாகக் கொண்ட இரண்டு குறியீட்டு எண்களின் தொகுப்பு கீழே தரப் பட்டுள்ளது. 1907 ஆம் ஆண்டு வரை 1898 ஆம் ஆண்டை அடிப் படை ஆண்டாகக் கொண்டு, மொத்த வரிசைக் குறியீட்டெண் களையும் கணக்கிடுக.

ஆண்டுகள்	குறியீட்டெண் (1898 = 100)	குறியீட்டெண் (1902 = 100)
1898	100·0	...
1899	112·8	...
1900	97·4	...
1901	100·0	...
1902	150·0	100·0
1903	...	126·9
1904	...	131·08
1905	...	143·6
1906	...	126·9
1907	...	96·2

தீர்வு:

முதல் வரிசை தேவைப்பட்ட (1898 = 100) ஐ அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டுள்ளது. இரண்டாம் வரிசையின் 1902 ஆம் ஆண்டை மாற்றி 1898 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு குறியீட்டெண் காணவேண்டும்.

ஆண்டுகள்	குறியீட்டெண்கள் (1948 = 100)
1898	100·0
1899	112·8
1900	97·4
1901	100·0
1902	150·0
1903	$\frac{126 \cdot 9 \times 150}{100} = 190 \cdot 35$
1904	$\frac{131 \cdot 8 \times 150}{100} = 196 \cdot 62$
1905	$\frac{143 \cdot 6 \times 150}{100} = 215 \cdot 40$
1906	$\frac{126 \cdot 9 \times 150}{100} = 190 \cdot 35$
1907	$\frac{96 \cdot 2 \times 150}{100} = 144 \cdot 30$

மாதிரி 410

கீழே தரப்பட்டுள்ள சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களுக்கு,

(i) நேரடி முறை (ii) சுருக்க முறை

ஆகியவற்றில் நிகழ்வாண்டு அடிப்படை கண்டு குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	1965	1966	1967	1968	1969	1970
சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண்கள்	94·0	104·3	104·1	93·1	103·2	102·0

தீர்வு:

சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்ணிலிருந்து நிகழ்வாண்டு அடிப்படையாண்டுக் குறியீட்டெண் காணல்:

ஆண்டு	சங்கிலித் தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட் டெண்கள்	(i) நேரடி முறை மாற்றுதல்	(i) நேரடி முறை நிகழ்வாண்டு அடிப்படை யாண்டுக் குறியீட் டெண்கள்	(ii) சுருக்க முறை மாற்றுதல்	(ii) சுருக்க முறை நிகழ்வாண்டு அடிப்படை யாண்டுக் குறியீட் டெண்கள்
1965	94·0	—	94·0	—	94·0
1966	104·3	$\frac{94}{100} \times 104{\cdot}3$	98·0	$\frac{94}{100} \times 104{\cdot}3$	98·0
1967	104·1	$\frac{94}{100} \times \frac{104{\cdot}3}{100} \times 104{\cdot}1$	102·0	$\frac{98}{100} \times 104{\cdot}1$	102·0
1968	93·1	$\frac{94}{100} \times \frac{104{\cdot}3}{100} \times \frac{104{\cdot}1}{100} \times 93{\cdot}1$	95·0	$\frac{102}{100} \times 93{\cdot}1$	95·0
1969	103·2	$\frac{94}{100} \times \frac{104{\cdot}3}{100} \times \frac{104{\cdot}1}{100} \times \frac{93{\cdot}1}{100} \times 103{\cdot}2$	98·0	$\frac{95}{100} \times 103{\cdot}2$	98·0
1970	102·0	$\frac{94}{100} \times \frac{104{\cdot}3}{100} \times \frac{104{\cdot}1}{100} \times \frac{93{\cdot}1}{100} \times \frac{103{\cdot}2}{100} \times 102$	100·0	$\frac{98}{100} \times 102$	100·0

மாதிரி 411

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு 1908—1909 ஆண்டு களின் சராசரி விலையை அடிப்படை ஆண்டு விலையாகக்கொண்டு விலைக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடுக.

ஆண்டுகள்	விலைகள்	ஆண்டுகள்	விலைகள்
1900	78	1905	99
1901	88	1906	102
1902	76	1907	112
1903	78	1908	99
1904	94	1909	75

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட பத்து ஆண்டுகளின் விலைகளின் சராசரி யைக் கணக்கிட்டு, அதை அடிப்படையாகக் கொண்டு குறியீட் டெண்கள் கணக்கிடவேண்டும்.

1900—1909 ஆகிய பத்து ஆண்டு விலைகளின் கூடுதல்:

$$78+88+76+78+94+99+102+112+99+75 = 901$$

ஆகவே, 1900—1909ஆம் ஆண்டுகளில் விலைகள்

$$\text{கூட்டுச் சராசரி} = \frac{901}{10} = 90{\cdot}1$$

குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

ஆண்டு	விலைகள்	வழிமுறை	குறியீட்டெண்கள்
1900	78	$\frac{78}{90{\cdot}1} \times 100 =$	85·2
1901	88	$\frac{88}{90{\cdot}1} \times 100 =$	97·7
1902	76	$\frac{76}{90{\cdot}1} \times 100 =$	84·3
1903	94	$\frac{78}{90{\cdot}1} \times 100 =$	85·2

ஆண்டு	விலைகள்	வழிமுறை	குறியீட்டெண்கள்
1904	94	$\frac{94}{90 \cdot 1} \times 100 =$	104·3
1905	99	$\frac{99}{90 \cdot 1} \times 100 =$	109·9
1906	102	$\frac{102}{90 \cdot 1} \times 100 =$	113·2
1907	112	$\frac{112}{90 \cdot 1} \times 100 =$	124·3
1908	99	$\frac{99}{90 \cdot 1} \times 100 =$	109·9
1909	75	$\frac{75}{90 \cdot 1} \times 100 =$	83·2

மாதிரி 412

1926-30 ஆண்டை நிலையான அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1930-31—1935-36 ஆண்டுகளின் ஏற்றுமதி அளவுகளின் குறியீட்டெண்கள், மதிப்புகளின் குறியீட்டெண்கள் ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டு, இந்தியாவிலிருந்து ஏற்றுமதியாகும் சுத்தம் செய்யப்படாத பஞ்சின் ஏற்ற இறக்கங்களைக் காணவும்.

ஆண்டுகள்	சுத்தம் செய்யாப் பருத்தி (ஆயிரம் டன்களில்)	சுத்தம் செய்யாப் பருத்தியின் மதிப்பு (லட்ச ரூபாய்களில்)
1926-30 (சராசரி)	609	5941
1930-31	701	4633
1931-32	423	2345
1932-33	365	2037
1933-34	504	2753
1934-35	623	3495
1935-36	607	3377

(ஐ.சி.எஸ்.—1939)

தீர்வு :

அடிப்படை ஆண்டு 1926-30 = 100

ஆண்டுகள்	எடை (1000 டன்களில்)	சுத்தம் செய்யப்படாத பஞ்சு குறியீட்டெண்கள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$	மதிப்பு (லட்ச ரூபாய்களில்)	குறியீட்டெண்கள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
1926—30 (சராசரி)	609	100	5941	100
1930—31	701	$\frac{701}{609} \times 100 = 115$ (தோராயமாக)	4633	$\frac{4633}{5941} \times 100 = 78$ (தோராயமாக)
1931—32	423	$\frac{423}{609} \times 100 = 69$,,	2345	$\frac{2345}{5941} \times 100 = 40$,,
1932—33	365	$\frac{365}{609} \times 100 = 60$,,	2037	$\frac{2037}{5941} \times 100 = 34$,,
1933—34	504	$\frac{504}{609} \times 100 = 83$,,	2753	$\frac{2753}{5941} \times 100 = 46$,,
1934—35	623	$\frac{623}{609} \times 100 = 102$,,	3495	$\frac{3495}{5941} \times 100 = 59$,,
1935—36	607	$\frac{607}{609} \times 100 = 100$,,	3377	$\frac{3377}{5941} \times 100 = 57$,,

மாதிரி 413

1936 ஆம் ஆண்டைவிட 1937 ஆம் ஆண்டின் மொத்த விற்பனை விலைச் சராசரி 15·1% அதிகமாக இருக்கிறது. இவ்விரு ஆண்டுகளின் குறியீட்டெண்கள் முறையே 94·4, 108·7 ஆகவும் இருக்கின்றன. (1930 = 100) ஒவ்வோர் ஆண்டையும் அதன் முந்தைய ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டால் விலை ஏற்றம் முறைய 6·1, 1·0, 2·8 %களாக இருக்கின்றன. 1933 ஆம் ஆண்டின் விலை 1932ஆம் ஆண்டின் விலையாகவே மாற்றமின்றி இருக்கிறது; ஆனால் 1931ஆம் ஆண்டின் விலையை விட 2·5% குறைவாக இருக்கிறது. 1931ஆம் ஆண்டின் விலை 1930ஆம் ஆண்டின் விலையை விட 12·2% குறைவாக இருக்கிறது.

இப்புள்ளி விவரங்களிலிருந்து 1930–1937 வரையுள்ள எட்டு ஆண்டுகளின் தனித்தனி குறியீட்டெண்களை கணக்கிடவும்.

(எம். காம்.—ஆக்ரா—1964)

தீர்வு:

ஒவ்வோர் ஆண்டு விலைகளின் தனித்தனி குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல்:

(அடிப்படை ஆண்டு = 1930)

1930ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் = **100**

1930ஆம் ஆண்டைவிட 1931ஆம் ஆண்டின் விலை 12·2% குறைவு

1931ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் = 100 − 12·2%

= **87·8**

1931ஆம் ஆண்டைவிட 1932ஆம் ஆண்டின் விலை 2·5% குறைவு.

∴ 1932 ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் $= \frac{87.8 \times 97.5}{100}$

= **85·6**

1933ஆம் ஆண்டின் விலை 1932ஆம் ஆண்டின் விலையைப்போல் மாற்றமின்றி உள்ளது.

எனவே, 1933ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் = **85·6**

1934ஆம் ஆண்டின் விலை அதன் முந்தைய ஆண்டு விலையைவிட 2·8% அதிகம்

∴ 1934ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் $= \frac{85.6 \times 102.8}{100}$

= **88·0**

1935ஆம் ஆண்டின் விலை அதன் முந்தைய ஆண்டு விலையைவிட 1% அதிகம்.

$\therefore$ 1935ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் $= \frac{88 \times 101}{100}$

$= \mathbf{89 \cdot 0}$

1936ஆம் ஆண்டின் விலை அதன் முந்தைய ஆண்டின் விலையை விட 6% அதிகமாக இருக்கிறது.

1936ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் $= \frac{89 \cdot 0 \times 106 \cdot 1}{100}$

$= \mathbf{94 \cdot 4}$

1937ஆம் ஆண்டின் விலை 1936ஆம் ஆண்டின் விலையைவிட 15·1% அதிகம்.

$\therefore$ 1937ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் $= \frac{94 \cdot 4 \times 115 \cdot 1}{100}$

$= \mathbf{108 \cdot 7}$

ஆகவே, கேட்கப்பட்ட எல்லா ஆண்டுகளின் குறியீட்டெண்களும் கணக்கிட்டுக் காட்டப் பட்டுள்ளன.

மாதிரி 414

கீழ்க் காணும் பட்டியல் சென்னை மாநிலத்தில் 1903-'04, 1914-'15 ஆண்டுகளில் நான்கு முக்கிய தானியங்களின் ஒரு கார்சின் எடையின் சில்லரை விற்பனை விலையை ரூபாயில் தருகிறது. 1903-'04 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக்கொண்டு நான்கு தானியங்களின் 1914-'15ஆம் நிகழ்வாண்டின் குறியீட்டெண்ணை

(i) கூட்டுச் சராசரி முறை

(ii) பெருக்குச் சராசரி முறை

(iii) இசைச் சராசரி முறை

(iv) சாதாரண மொத்தச் சராசரி முறை

ஆகியவற்றில் காண்.

ஆண்டு	ஒரு கார்சின் எடையின் விலை			
	நெல்	சோளம்	கம்பு	கேழ்வரகு
1903-'04	158	168	157	155
1914-'15	272	326	309	304

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்—1934)

தீர்வு:

விலை சார்புகள் $\frac{272}{158}, \frac{326}{168}, \frac{309}{157}, \frac{304}{155}$.

(i) சாதாரணக் கூட்டுச் சராசரி:

$$= \frac{\frac{272}{158}+\frac{326}{168}+\frac{309}{157}+\frac{304}{155}}{4} \times 100$$

$$= \mathbf{189{\cdot}8}$$

(ii) சாதாரணப் பெருக்குச் சராசரி முறை:

$$= 100 \times \sqrt[4]{\frac{272}{158} \times \frac{326}{168} \times \frac{309}{157} \times \frac{304}{155}}$$

$$= \mathbf{189{\cdot}5}$$

(iii) சாதாரண இசைச் சராசரி முறை:

$$= \frac{4}{\frac{158}{272}+\frac{168}{326}+\frac{157}{309}+\frac{155}{304}} \times 100$$

$$= \mathbf{189{\cdot}2}$$

(iv) சாதாரண மொத்தச் சராசரி முறை:

$$= \frac{272 + 326 + 307 + 304}{158 + 168 + 157 + 155} \times 100$$

$$= \mathbf{189{\cdot}8}$$

இங்கு,

சாதாரணக் கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண் > பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்.

பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண் > இசைச் சராசரிக் குறியீட்டெண் என்பதைக் கவனிக்கலாம்;

மாதிரி 415

மேலே தரப்பட்டுள்ள பட்டியலிலுள்ள நுகர் பொருள்களின் விலைப் புள்ளி விவரங்களிலிருந்து 1961ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1966ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண்களை,

(i) சாதாரணக் கூட்டுச் சராசரி முறை

(ii) சாதாரண இடைநிலை முறை

(iii) சாதாரணப் பெருக்குச் சராசரி முறை

ஆகியவற்றில் கணக்கிடுக.

நுகர் பொருள்கள்	ஓர் அலகுப் பொருளின் : சராசரி விலை (ரூபாயில்) 1961	1962	1963	1964	1965	1966
கோதுமை	17·3	14·5	4·9	5·7	17·1	11·6
அரிசி	34·1	17·3	14·8	13·2	29·8	13·3
ஆடை	6·5	6·2	3·5	4·1	7·3	4·2
புகையிலை	7·0	6·5	3·5	3·6	8·0	4·2
கொப்பரைத் தேங்காய்	7·7	3·6	3·4	2·8	5·5	2·7
காய்கறிகள்	7·3	5·8	4·3	3·7	7·7	4·1

தீர்வு:

மொத்த விற்பனை விலைக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:
(1961 = 100)

நுகர் பொருள்கள்	விலைச் சார்பிகள் $\left(=\frac{p_1}{p_0}\times 100\right)$ 1961	1962	1963	1964	1965	1966
கோதுமை	100	84	28	33	100	67
அரிசி	100	51	43	39	87	39
ஆடை	100	95	54	63	112	65
புகையிலை	100	93	50	51	114	60
தேங்காய்க் கொப்பரை	100	47	44	36	71	38
காய்கறிகள்	100	79	59	51	105	56
சார்பிகளின் கூடுதல்	600	449	278	273	589	325

நுகர் பொருள்கள்	விலைச் சார்பிகள் $\left(=\frac{p_1}{q_0}\times 100\right)$ 1961	1962	1963	1964	1965	1966
கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	75	46	45	98	54
பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	72	45	44	97	53
சாதாரண இடைநிலைக் குறியீட்டெண்கள்	100	72	47	45	102	58

மாதிரி 416

1950ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 1955, 1956, 1957 ஆம் ஆண்டுகளின் குறியீட்டெண்களை,

(i) கூட்டுச் சராசரி முறை
(ii) இடைநிலை முறை
(iii) பெருக்குச் சராசரி முறை

ஆகியவற்றில் காண்க.

நுகர் பொருள்கள்	ஓர் அலகின் விலை (ரூபாயில்) 1950	1955	1956	1957
A	7·5	15·0	10·0	12·0
B	5·0	6·0	8·0	6·5
C	6·0	9·0	4·0	5·0
D	4·0	4·0	6·0	8·0
E	8·5	7·5	8·0	10·0

தீர்வு :

சாதாரணக் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:
(அடிப்படை ஆண்டு 1950 = 100)

நுகர் பொருள்கள்	சார்பிகள் $\left(=\frac{p_1}{p_0}\times 100\right)$ 1950	1955	1956	1957
A	100	200	133	160
B	100	120	160	130
C	100	150	67	83
D	100	100	150	200
E	100	88	94	118
சார்பிகளின் கூடுதல்	500	658	604	691
கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	131·6	120·8	138·2
இடைநிலைக் குறியீட்டெண்கள்	100	120·0	133·0	130·0
சாதாரணப் பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	125·9	114·8	132·4

மாதிரி 417

நான்கு நுகர் பொருள்களின் விலைகளின் குறியீட்டெண்களின் வரிசை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. சராசரியை அடிப்படையாகக்கொண்ட நான்கு பொருள்களையும் ஒன்றாக எடுத்து கணக்கிட்ட குறியீட்டெண்களும் தரப்பட்டுள்ளன. சங்கிலித்தொடர்

அடிப்படை ஆண்டு முறையில் புதிய குறியீட்டெண்களை ஏழு ஆண்டுகளுக்கும் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	சர்க்கரை	பால்	காப்பி	டீ	மொத்தம்	சராசரி
1921	81	77	119	55	332	83·0
1922	82	54	128	82	326	81·5
1923	104	87	111	100	402	100·5
1924	93	75	154	96	418	104 5
1925	60	43	165	88	356	89·0
1926	60	44	159	89	352	88·0
1927	62	47	139	84	332	83 0

(ஜூ.—அக்.—1939)

தீர்வு:

சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

ஆண்டு	நுகர் பொருள்கள்				சங்கிலித் தொடர சார்பிகளின் கூடுதல்	சங்கிலித் தொடர சார்பிகளின் சராசரி (சங்கிலித் தொடர அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்கள்)
	சர்கரை	பால்	காப்பி	டீ		
1921	100	100	100	100	400·0	100·0
1922	101·2	70 1	107·6	149·1	428·0	107·0
1923	126 8	161·2	86·7	121·9	496·6	124·5
1924	89·4	86·3	138·7	96·0	410·4	102·6
1925	64·5	57·3	107·1	91·7	320·6	80·15
1926	100·0	102·3	96·4	101·1	399·8	99·95
1927	103·3	106·8	87·4	94·4	391·9	97·98

இங்கு,

$$\text{சார்பிகள்} = \frac{p_1}{p_0} \times 100$$

p_1 = நிகழ்வாண்டு விலை

p_0 = நிகழ்வாண்டின் முந்தைய ஆண்டின் விலை

மாதிரி 418

1929, 1930, 1931, 1932ஆம் ஆண்டுகளுக்கு, 1928ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு மொத்த விற்பனை விலைக் குறியீட்டெண் களைக் கணக்கிடவும்.

கூட்டுச் சராசரி விலை—ரூபாயில்—(மாண்டிற்கு)

நுகர் பொருள்கள்	1928	1929	1930	1931	1932
அரிசி	7·3	7·7	5·8	4·1	4·3
கோதுமை	7·7	5·5	3·6	2·7	3·4
ஆளி விதை	7·0	8·0	6·5	4·2	3·5
நெய்	6·5	7·3	6·2	4·2	3·5
பஞ்சு	34·1	29·8	17·3	13·3	14·8
புகையிலை	17 3	17·1	14·5	11·6	4·9

(எம்.எஸ்.டபிள்யூ.—லக்னோ)

தீர்வு :

நுகர் பொருள்கள்	சார்பிகள் (1928 = 100)				
	1928	1926	1930	1931	1932
அரிசி	100	105	79	56	59
கோதுமை	100	71	47	38	44
ஆளி விதை	100	114	93	60	50
நெய்	100	112	95	65	54
பஞ்சு	100	87	51	39	43
புகையிலை	100	100	84	67	28
சார்பிகளின் கூடுதல்	600	589	449	325	278
சார்பிகளின் சராசரி (சராசரிக் குறியீட்டெண்)	100	98	75	54	46
சார்பிகளின் இடைநிலை (இடைநிலைக் குறியீட்டெண்)	100	102	82	58	47
பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்	100	97	72	53	45

மாதிரி 418

1929, 1930, 1931, 1932ஆம் ஆண்டுகளுக்கு, 1928ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு மொத்த விற்பனை விலைக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

கூட்டுச் சராசரி விலை—ரூபாயில்—(மாண்டிற்கு)

நுகர் பொருள்கள்	1928	1929	1930	1931	1932
அரிசி	7·3	7·7	5·8	4·1	4·3
கோதுமை	7·7	5·5	3·6	2·7	3·4
ஆளி விதை	7·0	8·0	6·5	4·2	3·5
நெய்	6·5	7·3	6·2	4·2	3·5
பஞ்சு	34·1	29·8	17·3	13·3	14·8
புகையிலை	17 3	17·1	14·5	11·6	4·9

(எம்.எஸ்.டபிள்யூ.—லக்னோ)

தீர்வு :

நுகர் பொருள்கள்	சார்பிகள் (1928 = 100)				
	1928	1926	1930	1931	1932
அரிசி	100	105	79	56	59
கோதுமை	100	71	47	38	44
ஆளி விதை	100	114	93	60	50
நெய்	100	112	95	65	54
பஞ்சு	100	87	51	39	43
புகையிலை	100	100	84	67	28
சார்பிகளின் கூடுதல்	600	589	449	325	278
சார்பிகளின் சராசரி (சராசரிக் குறியீட்டெண்)	100	98	75	54	46
சார்பிகளின் இடைநிலை (இடைநிலைக் குறியீட்டெண்)	100	102	82	58	47
பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்	100	97	72	53	45

மாதிரி 419

அ, ஆ, இ, ஈ, உ என்ற நுகர் பொருள்களின் 1935, 1936, 1937, 1938ஆம் ஆண்டுகளின் சராசரி மொத்த விற்பனை விலைகளைக் கீழ்க் காணும் பட்டியல் தருகிறது. 1935 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, மற்றைய ஆண்டுகளின் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	நுகர் பொருள்களின் சராசரி மொத்த விற்பனை விலைகள்				
	அ	ஆ	இ	ஈ	உ
1935	300	200	400	450	550
1936	320	220	440	500	600
1937	360	250	460	520	610
1938	400	300	500	550	650

தீர்வு:

நுகர் பொருள்கள்	1935ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்ட சார்பிகள்			
	1935	1936	1937	1938
அ	100	$\frac{320}{300} \times 100 = 106$	$\frac{360}{300} \times 100 = 120$	$\frac{400}{300} \times 100 = 133$
ஆ	100	110	125	150
இ	100	110	115	125
ஈ	100	111	116	122
உ	100	109	110	118
சார்பிகளின் கூடுதல்	500	546	586	648
குறியீட்டெண்கள் (சார்பிகளின் சராசரியாகக் கொள்கிறோம்)	100	109	117	129

மாதிரி 420

கீழே தரப்பட்டுள்ள 5 பொருள்களின் **விலைப்** பட்டியலுக்கு
(i) நிலையான அடிப்படை ஆண்டு முறை (1960 = 100)
(ii) சங்கிலித் தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறை ஆகியவற்றில் சாதாரணக் குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடவும்.

நுகர் பொருள்கள்	நுகர் பொருள்களின் விலை		
	விலை (1960) ரூபாயில்	விலை (1961) ரூபாயில்	விலை (1962) ரூபாயில்
அ	10	20	30
ஆ	11	22	33
இ	12	6	12
ஈ	13	6·5	13
உ	14	7·0	28

தீர்வு:

(i) நிலையான அடிப்படை ஆண்டு (1960 = 100) முறையில் சாதாரணக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	சார்பிகள் $\left(\frac{p_1}{p_0}\times 100\right)$ (1960 = 100) நிலையான அடிப்படை ஆண்டு		
	1960 = 100	1961	1962
அ	100	200	300
ஆ	100	200	300
இ	100	50	100
ஈ	100	50	100
உ	100	50	200
சார்பிகளின் கூடுதல்	500	550	1000
கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்	100	110	200
இடை நிலைக் குறியீட்டெண்	100	50	200
பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்	100	87	178·2

(b) சங்கிலித் தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறையில் குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	சார்பிகள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு முறையில் 1960	1961	1962
அ	100	200	150
ஆ	100	200	150
இ	100	50	200
ஈ	100	50	200
உ	100	50	400
சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டு சார்பி களின் கூடுதல்	500	550	1100
கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	110	220
இடைநிலைக் குறியீட்டெண்கள்	100	50	200
பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண்கள்	100	87	204·6

மாதிரி 421 நிறையிட்ட குறியீட்டெண்

கீழே தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு 1951ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1952ஆம் ஆண்டு விலைகளின் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக:

நுகர் பொருள்கள்	எடை	விலை (அலகிற்கு) 1951	விலை (அலகிற்கு) 1952
A	40	16 — 00	20 — 00
B	25	40 — 00	60 — 00
C	5	0 — 50	0 — 50
D	20	5 — 12·5	6 — 25
E	10	2 — 00	1 — 50

(எம் எஸ்.டபிள்யூ.—லக்னோ)

தீர்வு:

நுகர் பொருள்கள்	விலைகள் (ஓர் அலகிற்கு) 1951 (அடிப்படை ஆண்டு) ரூ.பை.	1952 ரூ.பை.	விலை சார்பிகள் (1951 = 100) P	எடை W	பெருக்கல் P × W
A	16·00	20·00	125	40	5000
B	40·00	60·00	150	25	3750
C	0·50	0·50	100	5	500
D	5·12·5	6·25	122	20	2440
E	2·00	1·50	75	10	750
				$\Sigma W = 100$	$\Sigma PW = 12440$

1952 ஆம் ஆண்டின் விலைகளின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma PW}{\Sigma W} = \frac{12440}{100} = 124{\cdot}40$$

மாதிரி 422

கீழே தரப்பட்டுள்ள மூன்று பிரிவுப் பொருள்களின் சராசரி விலைகளின் (ஓர் அலகிற்கு ரூபாய் விலை) பட்டியலுக்கு, நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு	1939	1940	1941	1942
I	15	18	24	30
II	9	12	15	18
III	2	2	3	3

மேற்கண்ட மூன்று பிரிவுகளுக்கும் முறையே 4, 3, 2 என்று எடைகள் கொடுக்கவும்.

(பி.காம்.—லக்னோ)

தீர்வு :

நிலையான அடிப்படை ஆண்டு (1939 = 100)

பிரிவு	எடை	(1939 = 100) குே.பி. எண்	நிறையிட்ட சார்பிகள்	1940 கு.பி. எண்	நிறையிட்ட சார்பிகள்	1941 கு.பி. எண்	நிறையிட்ட சார்பிகள்	1942 கு.பி. எண்	நிறையிட்ட சார்பிகள்
I	4	100	400	120	480	160	640	200	800
II	3	100	300	133·33	400	166·66	500	200	600
III	2	100	200	100	200	150	300	150	300
மொத்தம்	$\Sigma W = 9$		900		1080		1440		1700

1939 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$

$= \frac{900}{9}$

$= \mathbf{100}$

1940 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$

$= \frac{1080}{9}$

$= \mathbf{120}$

1941 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{1440}{9}$

$= \mathbf{160}$

1942 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{1700}{9}$

$= \mathbf{189{\cdot}89}$

மாதிரி 423

1970 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1971 ஆம் ஆண்டின் விலைகளின் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும்:

நுகர் பொருள்கள்	எடை	1970 ஆம் ஆண்டு விலை ரூ. பை.	1971 ஆம் ஆண்டு விலை ரூ. பை.
A	40	8·00	12·00
B	24	4·25	5·50
C	8	1·50	3·00
D	15	7·25	8·75
E	13	12·00	15·50

(பி.ஏ.—சென்னை—1971)

தீர்வு:

குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	விலைகள் ஓர் அலகிற்கு 1970 ரூ.பை.	1971 ரூ.பை.	விலைச் சார்பிகள் (1970 = 100)	எடை W	பெருக்கல் $P \times W$
A	8·00	12·00	133·3	40	5332·0
B	4·25	5·50	129·4	24	3105·6
C	1·50	3·00	200·0	8	1609·0
D	7·25	8·75	120·7	15	1810·5
E	12·00	15·50	129·2	13	1679·6
				100	13527·7

1971ஆம் ஆண்டின் விலைகளின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma PW}{\Sigma W}$

$= \frac{13527 \cdot 7}{100}$

$= 135 \cdot 277$

மாதிரி 424

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் தந்துள்ள உணவுப் பண்டகளின் புள்ளி விவரங்களுக்கு, உணவுப் பிரிவின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

உணவுப் பிரிவின் நுகர் பொருள்கள்	விலைச் சார்பிகள்	எடை
அரிசி (இரண்டாம் அறுவடை)	290	69
பருப்பு	421	4
ஊறுகாய்—மற்றவை	417	14
வெல்லம்	400	2
எண்ணெய்கள்	553	11

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)

தீர்வு:

நிறையிட்ட குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

உணவுப் பிரிவின் நுகர் பொருள்கள்	விலைச் சார்பிகள் P	எடை W	பெருக்கல் P × W
அரிசி	290	69	20010
பருப்பு	421	4	1684
ஊறுகாய்—மற்றவை	417	14	5838
வெல்லம்	400	2	800
எண்ணெய்	553	11	6083
மொத்தம்		100	34415

உணவுப் பொருள்களின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \dfrac{\Sigma P \times W}{\Sigma W}$

$= \dfrac{34415}{100}$

$= 344{\cdot}15$

மாதிரி 425

கீழே தரப்பட்டுள்ள சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களிலிருந்து, நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும் (1945 = 100).

ஆண்டு	1945	1946	1947	1948	1949	1950
குறியீட்டெண்	92	102	104	98	103	101

தீர்வு:

நிலையான அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

ஆண்டுகள்	சங்கிலித்தொடர் அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்கள்	நிலையான அடிப்படையாண்டுக் குறியீட்டெண்கள்
1945	92	92·00
1946	102	$\frac{92 \times 102}{100} = 93{\cdot}8$
1947	104	$\frac{93{\cdot}8 \times 104}{100} = 97{\cdot}6$
1948	98	$\frac{97{\cdot}6 \times 98}{100} = 95{\cdot}6$
1949	103	$\frac{95{\cdot}6 \times 103}{100} = 98{\cdot}5$
1950	101	$\frac{98{\cdot}5 \times 101}{100} = 99{\cdot}5$

மாதிரி 426

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு ஏப்ரல் 1950 ஐ அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, விலைச் சார்பிகளின் நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி 1958ஆம் ஆண்டின் ஏப்ரல் மாதத்தின் விலைக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு எடை	அலகு	விலை (ஏப்ரல் 1950)	விலை (ஏப்ரல் 1955)
உணவுப் பொருள்கள்	3 மாண்டுகள்	மாண்டிற்கு	12·0	18·0
ஆடை	12 கெசம்	கெசத்திற்கு	1·0	0·9
மின்சாரம்	40 அலகுகள்	அலகிற்கு	0·2	0·25
வீட்டுவாடகை	3 அறைகள்	அறைக்கு	25·0	23·0
மற்றவை	30 அலகுகள்	அலகிற்கு	0·4	0·5

(பி.காம்.—காசி—1960)

தீர்வு:

நிறையிட்ட குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடல்:

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு எடை q_0	அடிப்படை மாத விலை p_0	நிகழ்வு மாத விலை p_1	விலைச் சார்பிகள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ I	மொத்த எடை $p_0 \times q_0 = W$	நிறையிட்ட சார்பிகள் IW
உணவுப் பொருள்கள்	3	12·0	18·0	150	36	540
ஆடை	12	1·0	0·9	90	12	1080
மின்சாரம்	40	0·2	0·25	8	8	1000
வீட்டு வாடகை	3	25·0	23·0	75	75	6900
மற்றவை	30	0·4	0·5	12	12	1500
					$\Sigma W = 143$	$\Sigma IW = 15880$

ஏப்ரல் 1950 ஐ அடிப்படை மாதமாகக் கொண்டு:

ஏப்ரல் 1958ஆம் மாதக் குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$

$= \frac{15880}{143}$

$= \mathbf{111 \cdot 5}$

மாதிரி 427

கீழ்க் காணும் பட்டியல் பல உறுப்புகளின் 'இந்தியத் தொழில் வளர்ச்சியின் முக்கியக் குறியீட்டெண்'களை அவைகளின் 1940-ன் சூலை மாத எடையுடன் தருகிறது.

(i) சாதாரண சராசரிக் குறியீட்டெண்

(ii) நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்

ஆகியவற்றை எல்லா உறுப்புகளுக்கும் மொத்தமாகக் கணக்கிடுக.

உறுப்புகள்	குறியீட்டெண்கள் (1935 = 100)	எடை
இந்தியப் பஞ்சின் சேர்க்கை	121·0	9
சணல் உற்பத்தி	127·6	6
எஃகுப் பாளம்	119·8	8
தேனிரும்பு	119·8	8
காகிதம்	187·4	3
நிலக்கரி	131·0	7
இருப்புப்பாதை, கதிகள் சம்பந்தப் பட்டவைகள்	116·9	24
வங்கி, செக்குகள் காலி செய்தல்	85·2	20
ரூபாய் நோட்டுகளின் புழக்கம்	116·2	6
மின்சார உபயோகம்	135·8	7

(பி.காம். ஆனர்ஸ்—ஆந்திரா—1942)

தீர்வு:

சதாரண, நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல்:

உறுப்புகள்	குறியீட்டெண் (1935 = 100) I	எடைகள் W	பெருக்கல் IW
இந்தியப் பஞ்சின் சேர்க்கை	121·0	9	1089·0
சணல் உற்பத்தி	127·6	6	765·6
எஃகுப் பாளம்	119·8	8	719·0
தேனிரும்பு	119·8	8	958·4
காகிதம்	187·4	3	562·2
நிலக்கரி	131·0	7	917·0
இருப்புப்பாதை, நதிகள் சம்பந்தப்பட்டவை	116·9	24	2805·6
வங்கிகள், செக்குகள் காலி செய்தல்	85·2	20	1704·0
ரூபாய் நோட்டுகளின் புழக்கம்	116·2	6	697·2
மின்சார உபயோகம்	135·8	7	950·6
$n = 10$	$\Sigma I = 1284{\cdot}7$	$\Sigma W = 95$	$\Sigma IW = 11168{\cdot}6$

மொத்த உறுப்புகளின் சாதாரணச் சராசரிக் குறியீட்டெண $= \dfrac{\Sigma I}{n}$

$$= \frac{1284{\cdot}7}{10}$$

$$= 128{\cdot}47$$

மொத்த உறுப்புகளின் நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண் $= \dfrac{\Sigma IW}{\Sigma W}$

$$= \frac{11168{\cdot}6}{95}$$

$$= \mathbf{117{\cdot}56}$$

மாதிரி 428

கீழ்க் காணும் பட்டியலிலுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு, சார்புக் குறியீடுகளின், நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி எண்களைக் கணக்கிடுக.

நுகர் பொருள்கள்	விலை (ரூபாயில்)		மதிப்பு (ரூபாயில்)
	1955	1956	1955
அரிசி (மாண்டிற்கு)	20·00	15·00	20·00
உப்பு (,,)	4·00	4·75	1·00
உடைத் துணி (கெசத்திற்கு)	0·50	0·75	10·00
வீட்டு வாடகை	10·00	12·00	10·00

(ஆஸ்தானா—ப. 300)

தீர்வு:

நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	விலை (ரூபாயில்) 1955	1956	விலைச் சார்பிகள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ I	மதிப்பு 1955 V	பெருக்கல் $I \times V$
அரிசி	20·00	15·00	75·0	20	1500·00
உப்பு	4·00	4·75	118·7	1	118·70
உடை	0·50	0·75	150·0	10	1500·00
வீட்டு வாடகை	10·00	12·00	120·0	10	1200·00
				$\Sigma V = 41$	$\Sigma IV = 4318{\cdot}70$

1956ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக் குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma IV}{\Sigma V}$

$$= \frac{4318{\cdot}70}{41}$$

$$= \mathbf{105{\cdot}33}$$

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்.................. ....மற்றைய குறியீட்டெண்களைக் காணல்

மாதிரி 429

1902ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 1904ஆம் ஆண்டின், பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்ணைக் கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குக் கணக்கிடுக:

ஆண்டு	நுகர் பொருள் I		நுகர் பொருள் II		நுகர் பொருள் III	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு	விலை	அளவு
1909	5	10	8	6	6	3
1904	4	12	7	7	5	4

(எம்.காம்.—ஆக்ரா—1947)

தீர்வு:

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	1902 (அடிப்படை ஆண்டு) விலை p_0	அளவு q_0	1904 (நிகழ்வாண்டு) விலை p_1	அளவு q_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
I	5	10	4	12	50	40	60	48
II	8	6	7	7	48	42	56	49
III	6	3	5	4	18	15	24	20
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 116$	$\Sigma p_1q_0 = 97$	$\Sigma p_0q_1 = 140$	$\Sigma p_1q_1 = 117$

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் சூத்திரம் $= 100 \times \left[\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times \frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}\right]^{\frac{1}{2}}$

ஆகவே,

1904ஆம் ஆண்டின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் (1902 = 100) $= 100 \times \left[\frac{97}{116} \times \frac{117}{140}\right]^{\frac{1}{2}}$

$= \mathbf{83}$ (தோராயமாக)

மாதிரி 430

பின் வரும் பட்டியல், இந்தியாவின் 1960-61, 1969-70 ஆம் ஆண்டுகளின் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட நான்கு முக்கிய பயிர்களின் அளவையும் (டன்னில்) விலையையும் (டன்னுக்கு) கொடுக்கிறது. 1960-61 ஆண்டினை அடிப்படையாகக்கொண்டு 1969-70-க்குரிய பிஷ்ஷரின் விழுமிய விலைக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருள்	உற்பத்தி (லட்சம் டன்களில்)		விலை (டன்னுக்கு—ரூபாயில்)	
	1960-61	1969-70	1960-61	1969-70
A	250	300	150	130
B	100	120	120	200
C	20	30	600	1000
D	10	20	200	300

(பி.ஏ.—மதுரை—1972)

தீர்வு:

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

பொருள்	அடிப்படை ஆண்டு (1960-61)		நிகழ்வாண்டு (1969-70)					
	விலை p_0	உற்பத்தி q_0	விலை p_1	உற்பத்தி q_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
A	150	250	130	300	37500	32500	45000	39000
B	120	100	200	120	12000	20000	14400	24000
C	600	20	1000	30	12000	20000	18000	30000
D	200	10	300	20	2000	3000	4000	6000
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 63500$	$\Sigma p_1q_0 = 75500$	$\Sigma p_0q_1 = 81400$	$\Sigma p_1q_1 = 99000$

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் சூத்திரம் $= 100 \times \left[\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times \frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}\right]^{\frac{1}{2}}$

ஆகவே,

1969-70-க்குரிய பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் $= 100 \times \left[\frac{75500}{63500} \times \frac{99000}{81400}\right]^{\frac{1}{2}}$

$= 100 \times \sqrt{1 \cdot 197 \times 1 \cdot 219}$

$= 100 \times \sqrt{1 \cdot 459152}$

$= 100 \times 1 \cdot 20795$

$= \mathbf{120 \cdot 795}$ (தோராயமாக)

மாதிரி 431

கீழ்க்காணும் பட்டியலுக்கு, 1960ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1971ஆம் ஆண்டின் லாஸ்பேயரின் விலை-அளவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

நுகர் பொருள்கள்	1971ஆம் ஆண்டு		1960ஆம் ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
அரிசி	16·5	160	10·6	180
பருப்பு, தானியங்கள்	12·8	62	8·5	67
காய்கறிகள்	6·6	13	5·3	10
எண்ணெய்	20·5	2	13·4	3
எரி பொருள்	11·0	2	6·2	2
ஆடை	10·2	3	8·9	4

(பி, எஸ்ஸி.—சென்னை—1972)

தீர்வு:

லாஸ்பேயரின் விலை-அளவுக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல் :

நுகர் பொருள்கள்	1971ஆம் ஆண்டு		1960ஆம் ஆண்டு			
	விலை p_1	அளவு q_1	விலை p_0	அளவு q_0	p_0q_0	p_1q_0
அரிசி	16·5	160	10·6	180	1908·0	2970·0
கோதுமை	12·8	62	8·5	67	569·5	857·6
காய்கறிகள்	6·6	13	5·3	10	53·0	66·0
எண்ணெய்	20·5	2	13·4	3	40·2	61·5
எரி பொருள்	11·0	2	6·2	2	12·4	22·0
ஆடை	10·2	3	8·9	4	35·6	40·8
					2618·7	3947·3

லாஸ்ச்பேயரின் விலை - அளவுக் குறியீட்டெண் சூத்திரம் $= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

1971ஆம் ஆண்டின் விலை-அளவுக் குறியீட்டெண் (1960 = 100) $= \frac{3947 \cdot 3}{2618 \cdot 7} \times 100$

$= 1 \cdot 507 \times 100$

= **150·7** (தோராயமாக)

மாதிரி 43

1950ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1951ஆம் ஆண்டின் விலைகளுக்குக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும். பெருக்குச் சராசரியைப் பயன்படுத்தி, குறியீட்டெண் காணவும்.

நுகர் பொருள்கள்	எடை	1950ஆம் ஆண்டு விலை ரூபாய்		1951ஆம் ஆண்டு விலை ரூபாய்	
A	20	8	(ஓர் அலகிற்கு)	12 (ஓர் அலகிற்கு)	
B	12	2¼	,,	$2\frac{13}{16}$	,,
C	4	3/64	,,	3/64	,,
D	8	1	,,	1¾	,,
E	6	20	,,	22	,,

(பி.ஏ.—லக்னோ)

தீர்வு

பெருக்குச் சராசரிக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல் :

அடிப்படை ஆண்டு 1950 (= 100)

நுகர் பொருள்கள்	எடை	1950ஆம் ஆண்டு விலை	விலைச் சார்பிகள் $I=\left(\frac{p_1}{p_0}\times 100\right)$	log I	W log I
A	20	100	150	2·7161	43·5220
B	12	100	125	2·0969	24·8028
C	4	100	100	2·0000	8·0000
D	8	100	175	2·2430	17·9440
E	6	100	110	2·0414	12·2484
மொத்தம்	ΣW 50				ΣW log I = 106·5172

1950ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட 1951ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண்

$$= \left[\frac{\Sigma W \log I}{\Sigma W}\right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$$= \left[\frac{106{\cdot}5172}{50}\right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

= 2·1303-ன் எதிர் மடக்கை

= 135

மாதிரி 433

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, சாதாரண பெருக்குச் சராசரியைப் பயன்படுத்தி, 1938ஆம் ஆண்டின் விலைக் குறியீட்டெண்ணைக் காண்:

நுகர் பொருள்கள்	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
1930ஆம் ஆண்டின் சராசரி விலை (அடிப் படை ஆண்டு)	16·1	9·2	15 1	5 6	11·7	100·0
1938ஆம் ஆண்டின் சராசரி விலை	14·2	8·7	12·5	4·8	13·4	117·0

1938ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக்கொண்டு அதன்மூலம் கணக்கிடப்படும் குறியீட்டெண், 1930ஆம் ஆண்டை நிகழ்வாண்டாகக் கொண்டு மாற்றியமைத்து, அதன் மூலம் கணக்கிடப்படும் குறியீட்
8 டெண், ஆகிய இரண்டு எண்களும் உயர் அளவில் பொருத்தமாக இருக்கின்றன எனக் காட்டுக.

(பி. காம்.—காசி—1951)

நுகர் பொருள்கள்	1930ஆம் ஆண்டுச் சராசரி விலை	1930ஆம் ஆண்டுச் சராசரி விலை	(1930 = 100) 1938ஆம் ஆண்டு விலைச் சார்பிகள்	(1930 = 100) விலைச் சார்பிகளின் மடக்கை	(1938 = 100) 1930ஆம் ஆண்டு விலைச் சார்பிகள்	(1938 = 100) விலைச் சார்பிகளின் மடக்கை
A	16·1	14·2	88·2	1·9455	113·45	2·0545
B	9·2	8·7	94·56	1·9757	105·78	2·0243
C	15·1	12·5	82·77	1·9179	120·82	2·0821
D	5·6	4·8	85·7	1·9330	116·68	2 0670
E	11·7	13·4	114·5	2·0589	87·32	1·9411
F	100·0	117·0	117·0	2·0682	85·46	1·9318
$n = 6$				11·8992		12·1008

1930ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப் பட்ட 1938ஆம் ஆண்டின் பெருக்குச் சராசரி குறியீட்டெண்:

$$= \left[\frac{\Sigma \text{ 1938ஆம் ஆண்டின் சார்புகளின் மடக்கை}}{n} \right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$$= \left[\frac{11{\cdot}8992}{6} \right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$= 1{\cdot}9832$-ன் எதிர் மடக்கை

$= \mathbf{96{\cdot}2}$

1938-ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட 1930ஆம் ஆண்டின் பெருக்குச் சராசரி குறியீட்டெண்

$$= \left[\frac{\Sigma \text{ 1930-ம் ஆண்டு சார்பிகளின் மடக்கை}}{n} \right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$$= \left[\frac{12{\cdot}1008}{6} \right]\text{-ன் எதிர் மடக்கை}$$

$= 2{\cdot}0168$-ன் எதிர் மடக்கை

$= \mathbf{104{\cdot}0}$

$P_{01} \times P_{10} = 1$ என இருந்தால்,

இரண்டு குறியீட்டெண்களும் உயர் அளவில் பொருத்தமாக (சீராக) (Consistant) இருக்கின்றன எனக் கொள்கிறோம்.

இங்கு, $P_{10} = \dfrac{\text{நிகழ்வாண்டை அடிப்படையாகக் கொண்ட அடிப்படை ஆண்டின் குறியீட்டெண்}}{100}$

$P_{01} = \dfrac{\text{அடிப்படையாண்டை அடிப்படையாகக் கொண்ட நிகழ்வாண்டின் குறியீட்டெண்}}{100}$

ஆகவே,

$$P_{10} \times P_{01} = \frac{124}{100} \times \frac{96{\cdot}2}{100}$$

$$= 1.$$

ஆகவே, இரண்டு குறியீட்டெண்களும் உயர் அளவில் பொருத்தமாக இருக்கின்றன எனக் காண்கிறோம்.

மாதிரி 434

கீழ்க் காணும் பட்டியல்கள் 1913, 1915, 1934-ம் ஆண்டுகளில் அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளின் உணவுப் பயிர்களின் உற்பத்தியையும், உற்பத்தியாளர்கள் அடைந்த சராசரி விலையையும் கொடுக்கின்றது.

1913ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1915, 1934ஆம் ஆண்டுகளின் விலைகளுக்கு, கீழ்க்காணும் பட்டியல்களைப் பயன்படுத்தி, குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

உற்பத்தி (மில்லியன் புஷ்ஷெல்களில்)

ஆண்டு	கோதுமை	பயிர் வகை	ஓட்ஸ்	பார்லி	உருளைக் கிழங்கு	இனிப்பு உருளைக் கிழங்கு
1913	763	2447	1122	178	332	59
1915	1025	2995	1549	229	360	77
1934	496	1380	529	119	385	67

உற்பத்தியாளர்கள் அடைந்த சராசரி விலை (புஷ்ஷெல்லுக்கு செண்டுகளில்)

ஆண்டு	கோதுமை	பயிர் வகை	ஓட்ஸ்	பார்லி	உருளைக் கிழங்கு	இனிப்பு உருளைக் கிழங்கு
1913	80	69	39	54	69	73
1915	93	66	45	54	50	79
1934	87	79	52	77	42	64

(சென்னை—பல்கலை)

தீர்வு :

I. 1915ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண்ணை 1913ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடல் :

பயிர்கள்	உற்பத்தி (மிலலியன் புஷ்ஷெல் களில்) 1913 q_0	1915 q_1	சராசரி விலை (புஷ்ஷெல் லுக்கு) சென்டுகளில் 1913 p_0	1915 p_1	p_0q_0	p_1q_0
கோதுமை	763	1025	80	93	61040	70959
பயிர் வகை	2447	2995	69	66	168842	161502
ஓட்ஸ்	1122	1549	39	45	43758	50490
பார்லி	178	229	54	54	9612	9612
உருளைக் கிழங்கு	332	360	69	50	22908	16600
இனிப்பு உருளைக் கிழங்கு	59	77	73	79	4307	4661
மொத்தம்					310467	413824

லாஸ்பேயரின் விலையளவு குறியீட்டெண் காணும் சூத்திரம் $= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

$$= \frac{413824}{310467} \times 100$$

$$= 1{\cdot}3332 \times 100$$

$$= 133{\cdot}22 \text{ (தோராயமாக)}$$

11. 1934ஆம் ஆண்டிற்கு பாஸ்ச்சேயின் குறியீட்டெண்ணை 1913ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடல்:

பயிர்கள்	உற்பத்தி (மில்லியன் புஷ்ஷெல்களில்) 1913 q_0	1934 q_1	சராசரி விலை (புஷ்ஷெல்லுக்கு சென்டுகள்) 1913 p_0	1934 p_1	p_0q_1	p_1q_1
கோதுமை	763	496	80	87	39680	43152
பயிர்வகை	2447	1380	69	79	95220	115020
ஓட்ஸ்	1122	529	39	52	20631	27508
பார்லி	178	119	54	77	6426	9163
உருளைக் கிழங்கு	332	385	69	42	26565	16170
இனிப்பு உருளைக்கிழங்கு	59	67	73	64	4891	3288
மொத்தம்					1,93,413	2,14,301

பாஸ்செயின் குறியீட்டெண் காணும் சூத்திரம்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{2,14,301}{1,93,413} \times 100$$

$$= 1{\cdot}107 \times 100$$

$$= \mathbf{110{\cdot}7} \text{ (தோராயமாக)}$$

மாதிரி 435

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு,

(i) லாஸ்ச்பேயரின் குறியீட்டெண்

(ii) பாஸ்ச்சேயின் குறியீட்டெண்

(iii) மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண்

ஆகிய வேறுபட்ட நிறையிட்ட குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு விலை	அடிப்படை ஆண்டு அளவு	நிகழ்வாண்டு விலை	நிகழ்வாண்டு அளவு
அ	60	500	100	560
ஆ	20	1000	20	1200
இ	40	600	60	600
ஈ	100	300	120	240
உ	80	400	120	260

தீர்வு:

கேட்கப்பட்ட குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு விலை p_0	அடிப்படை ஆண்டு அளவு q_0	நிகழ்வாண்டு விலை p_1	நிகழ்வாண்டு அளவு q_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1	$p_0(q_0+q_1)$	$p_1(q_0+q_1)$
அ	60	500	100	560	30000	50000	33600	56000	63600	10600
ஆ	20	1000	20	1200	20000	20000	24000	24000	44000	44000
இ	40	600	60	600	24000	36000	24000	36000	48000	72000
ஈ	100	300	120	240	30000	36000	24000	28800	54000	64800
உ	80	400	120	260	32000	48000	20800	31200	52800	79200
மொத்தம்					136000	190000	126400	176000	262400	366000

(i) லாஸ்பேயரின் குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

$= \frac{190000}{136000} \times 100$

$= \mathbf{139 \cdot 71}$

(ii) பாஸ்சேயின் குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$

$= \frac{176000}{126400} \times 100$

$= \mathbf{139 \cdot 24}$

(iii) பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= 100 \times \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$$

$$= 100 \times \sqrt{\frac{190000}{136000} \times \frac{176000}{126400}}$$

$= \mathbf{139 \cdot 47}$

(iv) மார்சல் - எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 (q_0 + q_1)}{\Sigma p_0 (q_0 + q_1)} \times 100$$

$$= \frac{366000}{262400} \times 100$$

$= \mathbf{139 \cdot 48}$

மாதிரி 436

கீழ்க் காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கள் 1913-14ஆம் ஆண்டிலும், யுத்தத்துக்கு முந்தைய ஆண்டுகளிலும் பிரிட்டனிலிருந்து இந்தியாவிற்கு இறக்குமதியாகிய பருத்தியாடைத்துணி வகைகளின் விவரங்களைத் தருகிறது.

(i) அளவுகளின் குறியீட்டெண்

(ii) மதிப்பின் குறியீட்டெண்

(iii) 1913-14ம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்ட விலைக் குறியீட்டெண்

ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	அளவு (மில்லியன் கெசங்களில்)			மதிப்பு (மில்லியன் £)		
	சாம்பல் நிறத் துணி	வெள்ளை	சாய மிடப் பட்ட துணி	சாம்பல் நிறத் துணி	வெள்ளை	சாய மிடப் பட்ட துணி
1913 - 14	1534	793	832	17·0	9·5	11·9
1929 - 30	926	414	483	15·7	10·0	11·4
1930 - 31	365	274	246	5·2	4·7	5·1
1931 - 32	249	280	223	2·9	4·0	3·8

இரண்டு நாடுகளுக்கிடையே பண்டமாற்று மாறுபாடுகளைத் தள்ளிவிடவும்.

(ஐ. சி. எஸ்.)

தீர்வு:

(i) அளவுக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

பருத்தி ஆடை வகைகள்	1913—14 அளவு (மில்லியன் கெசம்) q_0	1913—14 அளவு சார்பிகள் $\left(\frac{q_1}{q_0}\times 100\right)$	1921—30 அளவு (மில்லியன் கெசம்) q_1	1921—30 அளவு சார்பிகள் $\left(\frac{q_1}{q_0}\times 100\right)$	1930—31 அளவு (மில்லியன் கெசம்) q_1	1930—31 அளவு சார்பிகள் $\left(\frac{q_1}{q_0} = 100\right)$	1931—32 அளவு (மில்லியன் கெசம்) q_1	1931—32 அளவு சார்பிகள் $\left(\frac{q_1}{q_0}\times 100\right)$
சாம்பல்	1534	100	926	60·37	365	23·80	249	16·24
வெள்ளை	793	100	414	52·20	274	34·55	280	35·31
சாயமிட்ட துணி	832	100	483	58·05	246	29·56	223	26·80
குறியீட்டெண்கள்		100		56·87		29·30		26·12

1929—30ஆம் ஆண்டின் அளவுக் குறியீட்டெண் = 56·87
1930—31ஆம் ,, ,, ,, = 29·30
1931—32ஆம் ,, ,, ,, = 26·12

(ii) மதிப்புக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல் :

பருத்தி ஆடைத் துணிகள்	மதிப்பு (மில்லியன் £)			
	1913—14 q_0	1929—30 q_1	1930—31 q_1	1931—32 q_1
சாம்பல்	17·0	15·7	5·2	2·9
வெள்ளை	9·5	10·0	4·7	4·0
சாயமிடப்பட்ட துணிகள்	11·9	11·4	5·1	3·8
மொத்தம்	38·4	37·1	15 0	10·7

மதிப்புக் குறியீட்டெண் சூத்திரம் $= \frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0} \times 100$

$= \frac{37 \cdot 1}{38 \cdot 4} \times 100$

$= \mathbf{96 \cdot 63}$

1930-31 ஆம் ஆண்டு மதிப்புக் குறியீட்டெண் $= \frac{15 \cdot 0}{38 \cdot 4} \times 100$

$= \mathbf{39 \cdot 06}$

1931-32 ஆம் ஆண்டு மதிப்புக் குறியீட்டெண் $= \frac{10 \cdot 7}{38 \cdot 4} \times 100$

$= \mathbf{27 \cdot 83}$

(iii) விலைக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல் :

விலைக் குறியீட்டெண் $= \frac{\text{மதிப்புக் குறியீட்டெண்}}{\text{அளவுக் குறியீட்டெண்}} \times 100$

1929-30 ஆம் ஆண்டின் விலைக் குறியீட்டெண் $= \frac{96 \cdot 63}{56 \cdot 87} \times 100$

$= 169 \cdot 9$

1930-31-ஆம் ஆண்டின் விலைக் குறியீட்டெண் $= \frac{39 \cdot 06}{29 \cdot 30} \times 100$

$= \mathbf{133 \cdot 3}$

1931-32 ஆம் ஆண்டின் விலைக் குறியீட்டெண் $\doteq \frac{27 \cdot 87}{26 \cdot 12} \times 100$

$= \mathbf{106 \cdot 7}$

மாதிரி 437

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஒப்பிடுவதற்குத் தகுந்த பொருத்தமான குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	அரிசி		கோதுமை		கோபர் பயிர்	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு	விலை	அளவு
1935	4	50	3	10	2	5
1945	10	40	8	8	4	4

(விலையும் அளவும் ஊக அளவைகளில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன.)

(ஐ. ஏ. எஸ்.)

தீர்வு:

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக:

நுகர் பொருள்	1935 விலை q_0	அளவு p_0	1945 விலை q_1	அளவு p_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
அரிசி	50	4	40	10	200	500	160	400
கோதுமை	10	3	8	8	30	80	24	64
கோபர் தானியம்	5	2	4	4	10	20	8	16
					$\Sigma p_0q_0 = 240$	$\Sigma p_1q_0 = 600$	$\Sigma p_0q_1 = 192$	$\Sigma p_1q_1 = 480$

1945ம் ஆண்டின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{600}{240} \times \frac{480}{192}} \times 100$$

$$= \sqrt{2{\cdot}5 \times 2{\cdot}5} \times 100$$

$$= 2{\cdot}5 \times 100$$

$$= \mathbf{250}$$

மாதிரி 438

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான குறியீட்டெண் கணக்கிடுக:

ஆண்டுகள்	கோதுமை		அரிசி		பருப்பு வகைகள்	
	அளவு	விலை	அளவு	விலை	அளவு	விலை
1939	15	15·3	5	20·2	10	4
1954	12	22·7	4	27·4	8	7

(பி.காம்.—அலகாபாத்)

தீர்வு:

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:

தானியங்கள்	1939		1954					
	q_0	p_0	q_1	p_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
கோதுமை	15	15·3	12	22·7	229·5	340·5	183·6	272·4
அரிசி	5	20·2	4	27·4	101·0	137·0	80·8	109·6
பருப்பு வகைகள்	10	4·0	8	7·0	40·0	70·0	32·0	56·0
					$\Sigma p_0q_0 = 370{\cdot}5$	$\Sigma p_1q_0 = 547{\cdot}5$	$\Sigma p_0q_1 = 296{\cdot}4$	$\Sigma p_1q_0 = 438{\cdot}0$

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= \sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times \frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}} \times 100$$

$$= \left[\frac{547{\cdot}5}{370{\cdot}5} \times \frac{438}{296{\cdot}4}\right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= 1{\cdot}478 \times 100$$

$$= \mathbf{147{\cdot}8}$$

மாதிரி 439

(i) லாஃபேச்யர் முறை
(ii) பாஃசே முறை
(iii) மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் முறை
(iv) பிஷ்ஷரின் முறை
(v) டிரோபிச்-பவுலி முறை

ஆகியவற்றின் மூலம் 1970ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண்களைக் கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குக் கணக்கிடுக:

நுகர் பொருள்கள்	1965 விலை	1965 அளவு	1970 விலை	1970 அளவு
அ	20	1000	50	800
ஆ	15	200	45	40
இ	10	100	20	40

தீர்வு:

கேட்கப்பட்ட குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	1965 (அடிப்படை ஆண்டு) விலை p_0	1965 (அடிப்படை ஆண்டு) அளவு q_0	1970 (நிகழ் வாண்டு) விலை p_1	1970 (நிகழ் வாண்டு) அளவு q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
அ	20	1000	50	800	20000	16000	50000	40000
ஆ	15	200	45	40	3000	600	9000	1800
இ	10	100	20	40	1000	400	2000	800
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 24000$	$\Sigma p_0q_1 = 17000$	$\Sigma p_1q_0 = 61000$	$\Sigma p_1q_1 = 42600$

(i) 1970ஆம் ஆண்டுக்கு லாஃச்பேயரின் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{61000}{24000} \times 100$$

$$= \mathbf{254 \cdot 2}$$

(ii) 1970ஆம் ஆண்டுக்கு பாஷேயின் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{42600}{17000} \times 100$$

$$= \mathbf{250 \cdot 6}$$

(iii) 1970ஆம் ஆண்டுக்கு மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma\, [p_1\, (q_0 + q_1)]}{\Sigma\, [p_0\, (q_0 + q_1)]} \times 100$$

$$= \frac{\Sigma\, p_1 q_0 + \Sigma\, p_1 q_1}{\Sigma\, p_0 q_0 + \Sigma\, p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{61000 + 42600}{24000 + 17000} \times 100$$

$$= \frac{103600}{41000} \times 100$$

$$= \mathbf{252 \cdot 7}$$

(iv) 1970ஆம் ஆண்டுக்கு பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}\right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= \left[\frac{61000}{24000} \times \frac{42600}{17000}\right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= (6 \cdot 371)^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= \mathbf{252 \cdot 4}$$

(v) டிரோபிட்ச்-பவுலி ஆகியோரின் குறியீட்டெண்

$$= \left[\left(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}\right) \div 2\right] \times 100$$

$$= \frac{\left(\frac{61000}{24000} + \frac{42600}{17000}\right)}{2} \times 100$$

$$= 2{\cdot}52 \times 100$$

$$= \mathbf{252{\cdot}4}$$

மாதிரி 440

கீழ்க் காணும் பட்டியல் (தமிழ் நாட்டு மாநிலத்தின்) ஒரு ரூபாய்க்கு வாங்கப்படும் நான்கு உணவுத் தானியங்களின் அளவைகளை 10 ஆண்டுகளுக்குத் தருகிறது. அரிசி, சோளம், கம்பு, கேழ்வரகு ஆகிய 4 தானியங்களின் முக்கியத்துவம் முறையே 10 : 5 : 3 : 2 எனக் கொண்டு நுகர் பொருள்களின் கடைசி 3 ஆண்டுகளின் குறியீட்டெண்களை 10 ஆண்டுகளின் நுகர் பொருள்களின் கூட்டுச் சராசரி விலைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	சேர்கள் (ரூபாய்க்கு)			
	அரிசி	கேழ்வரகு	சோளம்	கம்பு
1911	9·3	15·7	14·6	15·1
1912	7·5	13·5	12·5	12·2
1913	7·4	13·5	12·7	12·6
1914	7·7	13·8	13·5	12·9
1915	8·2	15·1	14·8	14 3
1916	7·9	14·8	14·6	13·6
1917	7·8	14·0	12·6	12·9
1918	6·9	12·0	9·9	10·5
1919	4·7	6·9	6·5	6·6
1920	4·6	6·7	6·6	6·4

(பி.ஏ. ஆனர்ஸ்—சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)

தீர்வு:

ஒரு சேர் தானிய விலைப் பட்டியல்:

ஆண்டு	ஒரு சேர் விலை (ரூபாயில்)			
	அரிசி	கேழ்வரகு	சோளம்	கம்பு
	ரூ.பை.	ரூ.பை.	ரூ.பை.	ரூ.பை.
1911	0·11	0·06	0·07	0·07
1912	0·13	0·07	0·08	0·08
1913	0·14	0·07	0·08	0·08
1914	0·13	0·07	0·07	0·08
1915	0·12	0·07	0·07	0·07
1916	0·13	0·07	0·07	0·07
1917	0·13	0·07	0·09	0·08
1918	0·14	0·08	0·10	0·10
1919	0·21	0·14	0·15	0·15
1920	0·22	0·15	0·55	0·16
பத்து ஆண்டுகளில் மொத்தம்	1·46	0·85	0·92	0·94
பத்து ஆண்டுச் சராசரி விலை	0·146	0·085	0·092	0·094

அரிசி, சோளம், கம்பு, கேழ்வரகு, ஆகிய நான்கு தானியங்களின் முக்கியத்துவம் முறையே

10, 5, 3, 2 ஆகும்.

1918 ஆம் ஆண்டு நிறையிட்ட குறியீட்டெண் :

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு விலை (சராசரி விலை)	1918 ஆம் ஆண்டு விலை (ரூபாயில்)	சார்பிகள் I	அடிப் படை ஆண்டு எடை (W)	IW
அரிசி	0·146	0·14	0·959	10	9·590
கேழ்வரகு	0·085	0·08	0·941	5	4·705
சோளம்	0·092	0·10	1·087	3	3·261
கம்பு	0·094	0·10	1·064	2	2·128
மொத்தம்				20	19·684

1918 ஆம் ஆண்டின் நுகர் பொருட்களின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W} \times 100$

$$= \frac{19{\cdot}684}{20} \times 100$$

$$= \mathbf{98{\cdot}420}$$

1919, 1920ஆம் ஆண்டுகளின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்கள்:

நுகர் பொருள்கள்	1919 அடிப்படை ஆண்டு விலை p_0	நிகழ்வாண்டு விலை p_1	$I = \frac{p_1}{p_0}$	நிறை W	IW	1920 p_0	p_1	$I = \frac{p_1}{p_0}$	W	IW
அரிசி	0·146	0·21	1·438	10	14·380	0·146	0·22	1·507	10	15·070
கேழ்வரகு	0·085	0·14	1·647	5	8·235	0·085	0·15	1·765	5	8·825
சோளம்	0·092	0·15	1·630	3	4·890	0·092	0·15	1·630	3	4·890
கம்பு	0·094	0·15	1·596	2	3·192	0·094	0·16	1·700	2	3·400
				20	30·697				20	32·185

1919ஆம் ஆண்டின் நுகர் பொருள்களின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{30·697}{20} \times 100$

$= \mathbf{153·485}$

1920 ஆம் ஆண்டின் நுகர் பொருள்களின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $= \frac{32·185}{20} \times 100$

$= \mathbf{160·925}$

I பொருள், II காலம், III காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனைகள்

மாதிரி 441 —

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு பிஷ்ஷரின் விழுமிய முறையின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்ணைக் கண்டு, அது எப்படிக் கால எதிர் மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்திக்கிறது எனக் காட்டு.

நுகர் பொருள்கள்	1950 அடிப்படை ஆண்டு விலை (அலகிற்கு)	அடிப்படை ஆண்டு அளவு	1960 நிகழ்வாண்டு விலை (ஓர் அலகிற்கு)	நிகழ் வாண்டு அளவு
அ	2·0	40	2·4	50
ஆ	1·5	50	2·4	30
இ	3·0	20	1·2	50
ஈ	5·6	10	4·0	20

தீர்வு:

நிறையிட்ட குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல் :

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு 1950 விலை p_0	அளவு q_0	நிகழ் வாண்டு 1960 விலை p_1	அளவு q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
அ	2·0	40	2·4	50	80	100	96	120
ஆ	1·5	50	2·4	30	75	45	120	72
இ	3	20	1·2	50	60	150	24	60
ஈ	5	10	4	20	50	100	40	80
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 265$	$\Sigma p_0q_1 = 395$	$\Sigma p_1q_0 = 280$	$\Sigma p_1q_1 = 332$

1950 ஆம் ஆண்டின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= \left[\frac{280}{265} \times \frac{332}{395} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= 0{\cdot}883 \times 100$$

$$= \mathbf{88{\cdot}3}$$

தற்பொழுது,

$$P_{01} = \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{280}{265} \times \frac{332}{395} \right]^{\frac{1}{2}}$$

மேலும்,

$$P_{10} = \left[\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0} \times \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{295}{280} \times \frac{395}{332} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore P_{01} \times P_{01} = \left[\frac{280}{265} \times \frac{332}{395} \times \frac{265}{280} \times \frac{395}{332} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \mathbf{1}$$

ஆகவே, பிஷ்ஷரின் விழுமிய சூத்திரத்தைக் கால எதிர் மாற்றுச் சோதனை நிவர்த்திக்கிறது.

மாதிரி 442

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்தி குறியீட்டெண்கள் கணக்கிட உதவும் பிஷ்ஷரின் விழுமிய சூத்திரம் காரணி எதிர் மாற்றுச் சோதனையை எவ்வாறு நிவர்த்திக்கிறது எனக் காட்டு.

நுகர் பொருள்	அடிப்படை ஆண்டு விலை (ரூபாயில்)	அடிப்படை ஆண்டு அளவு (மாண்டு களில்	நிகழ்வாண்டு விலை (ரூபாயில்)	நிகழ்வாண்டு (அளவு மாண்டு களில்
A	6	50	10	56
B	2	100	2	120
C	4	60	6	60
D	10	30	12	24
E	8	40	12	36

(எம். ஏ.—பஞ்சாப்—1951)
(பி. காம்.—டெல்லி—1957)

தீர்வு:

நுகர் பொருள்	அடிப்படை ஆண்டு விலை (ரூபா யில்) p_0	அடிப்படை ஆண்டு அளவு (மாண் டில்) q_0	நிகழ்வாண்டு விலை (ரூபா யில்) p_1	நிகழ்வாண்டு விலை (மாண் டில்) q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	6	50	10	56	300	336	500	560
B	2	100	2	120	200	240	200	240
C	4	60	6	60	240	240	360	360
D	10	30	12	24	300	240	360	288
E	8	40	12	36	320	288	480	432
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 1360$	$\Sigma p_0q_1 = 1344$	$\Sigma p_1q_0 = 1900$	$\Sigma p_1q_1 = 1880$

நிகழ்வாண்டின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= 100 \times \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}$$

$$= 100 \times \sqrt{\frac{1900}{1360} \times \frac{1880}{1344}}$$

$$= 100 \times 1{\cdot}9$$

$$= \mathbf{190.}$$

தற்போது P_{01} $$= \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{1900}{1360} \times \frac{1880}{1344} \right]^{\frac{1}{2}}$$

மேலும், $$Q_{01} = \left[\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{1344}{1360} \times \frac{1880}{1900} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$P_{01} \times Q_{01}$ $$= \left[\frac{1880}{1360} \times \frac{1880}{1360} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1880}{1360}$$

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

ஆகவே, பிஷ்ஷரின் விழுமிய சூத்திரம் காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்கிறது.

மாதிரி 443

கீழே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்தி பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிட்டு, எங்ஙனம் காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனையை அது நிவர்த்திக்கிறது எனக் காட்டுக.

நுகர் பொருள்	காரன் மாவட்டத்தில உற்பத்தி செய்யப்பட்ட மொத்த மதிப்பு (1000 டன் களில்) 1931 — 32	1932 — 33	காரன் மாவட்டத்தில் அறுவடை கால விலைகள் (1 மாண்டிற்கு) 1931 — 32 ரு. அ. பை.	1932 — 33 ரு. அ. பை.
அரிசி	71	26	3 - 8 - 0	3 - 2 - 0
பார்லி	107	83	2 - 0 - 0	1 - 14 - 0
மக்காச் சோளம்	62	48	2 - 9 - 0	1 - 12 - 0

(எம்.ஏ.—பாட்னா—1952)

தீர்வு:

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல்

நுகர் பொருள்	அடிப்படை ஆண்டு 1931-32 விலை (அணாக் களில்)	அளவு	நிகழ் வாண்டு 1932-33 விலை (அணாக் களில்)	அளவு				
	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
அரிசி	56	71	50	26	3976	1456	3550	1300
பார்லி	32	107	30	53	3424	2656	3210	2490
மக்காச் சோளம்	41	62	28	48	2542	1692	1736	1344
மொத்தம்					$\Sigma p_0q_0 = 9942$	$\Sigma p_0q_1 = 6080$	$\Sigma p_1q_0 = 8496$	$\Sigma p_1q_1 = 5134$

நிகழ்வாண்டின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்

$$= \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$$= \left[\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100$$

$= 86$ (**தோராயமாக**)

தற்பொழுது,

$$P_{01} \times Q_{01} = \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080} \times \frac{6080}{9942} \times \frac{5134}{8496} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{5134}{9942}$$

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

ஆகவே பிஷ்ஷரின் விழுமிய சூத்திரம் காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்திக்கிறது.

மாதிரி 444

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களி லிருந்து

(i) கால எதிர்மாற்றுச் சோதனை

(ii) காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனை

என்ற குறியீட்டெண்களின் தேவைப்பட்ட சோதனைகளை பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் ஒன்று மட்டுமே நிவர்த்திக்கிறது என்றும், மற்றைய குறியீட்டெண்கள் இச் சோதனைகளை நிவர்த்தி செய்யவில்லை என்றும் காட்டுக.

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு (1910) விலை (ரூபாயில்)	அளவு (அலகில்)	நிகழ்வாண்டு விலை (ரூபாயில்)	அளவு (அலகில்)
அ	100	50	200	10
ஆ	150	40	250	20
இ	200	30	300	50

தீர்வு

கால, காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனைகளைப் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் ஒன்றே நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் காட்டல் :

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு (1910) விலை p_0	அளவு q_0	நிகழ்வாண்டு (1935) விலை p_1	அளவு q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
அ	100	50	200	10	5000	1000	10000	2000
ஆ	150	40	250	20	6000	3000	10000	5000
இ	200	30	300	50	6000	10000	9000	15000
மொத்தம்					17,000	14,000	29,000	22,000

$$P_{01} \times P_{10} = 1.$$

என அமைந்தால், கால எதிர்மாற்றுச் சோதனையைக் கணக்கிட்டறிந்த குறியீட்டெண் நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் கொள்கிறோம்.

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_0}$$

என அமைந்தால், காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனையைக் கணக்கிட்டறிந்த குறியீட்டெண் நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் கொள்கிறோம்.

(i) **பிஷ்ஷரின் முறையில் குறியீட்டெண் கணக்கிடல்:**

(a) நிகழ்வாண்டின் விலைக் குறியீட்டெண் (காரணி 100 ஐ நீக்கிவிட்டு)

$$P_{01} = \left[\frac{\Sigma\, p_1\, q_0}{\Sigma\, p_0\, q_0} \times \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{29000}{17000} \times \frac{22000}{14000}\right]^{\frac{1}{2}}$$

நிகழ்வாண்டை அடிப்படையாகக் கொண்ட அடிப்படை ஆண்டுக் குறியீட்டெண்:

$$P_{10} = \left[\frac{\Sigma\, p_0\, q_1}{\Sigma\, p_1\, q_1} \times \frac{\Sigma\, p_0\, q_0}{\Sigma\, p_1\, q_0}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{14000}{22000} \times \frac{17000}{29000}\right]^{\frac{1}{2}}$$

ஆகவே, $P_{01} \times P_{10} = \left[\frac{29000}{17000} \times \frac{22000}{14000} \times \frac{14000}{22000} \times \frac{17000}{29000}\right]^{\frac{1}{2}}$

$$= [1]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1$$

எனவே, பிஷ்ஷரின் குறியீட்டெண் கால எதிர்மாற்றுச் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது எனக் காண்கிறோம்.

(b) காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனை :

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

$$P_{01} = \left[\frac{29000}{17000} \times \frac{22000}{14000} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_{01} = \left[\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0} \right]$$

$$= \left[\frac{14000}{17000} \times \frac{22000}{29000} \right]$$

$$\therefore P_{01} \times Q_{01} = \left[\frac{29000}{17000} \times \frac{22000}{14000} \times \frac{14000}{17000} \times \frac{22000}{29000} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{22000}{17000} \times \frac{22000}{17000} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{22000}{17000}$$

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

எனவே, பிஷ்ஷரின் குறியீட்டெண், காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனையையும் பூர்த்தி செய்கிறது எனக் காண்கிறோம்.

(2) லாஸ்பேயரின் குறியீட்டெண் :

(a) நிகழ்வாண்டின் விலைக் குறியீட்டெண் (காரணி 100ஐ நீக்கிவிட்டு)

$$P_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$$

$$= \frac{29000}{17000}$$

நிகழ்வாண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப் பட்ட அடிப்படை ஆண்டு குறியீட்டெண் :

$$P_{10} = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$$

$$= \frac{14000}{22000} \quad \text{(1-க்குச் சமமில்லை)}$$

ஆகவே, லாச்ஃபேயரின் குறியீட்டெண் கால எதிர்மாற்றுச் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்யவில்லை என அறிகிறோம்.

(b) நிகழ்வாண்டின் விலைக் குறியீட்டெண்:

$$P_{01} = \frac{29000}{17000}$$

$$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$$

$$= \frac{14000}{17000}$$

$$\therefore P_{01} \times Q_{01} = \frac{29000}{17000} \times \frac{14000}{17000} \neq \frac{22000}{17000} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

ஆகவே, லாஃச்பேயரின் குறியீட்டெண் காரணி எதிர் மாற்றுச் சோதனையையும் பூர்த்தி செய்யவில்லை எனக் காண்கிறோம்.

எனவே, இரு சோதனைகளையும், இக்குறியீட்டெண் பூர்த்தி செய்யவில்லை.

(3) **பாஃச்சேயின் குறியீட்டெண்:**

(a) இங்கு, $P_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$

$$= \frac{22000}{14000}$$

$$P_{10} = \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0}$$

$$= \frac{17000}{29000}$$

$$\therefore P_{01} \times P_{10} = \frac{22000}{14000} \times \frac{17000}{29000} \neq 1$$

ஆகவே, பாஷ்சேயின் குறியீட்டெண் கால எதிர் மாற்றுச் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்யவில்லை எனக் காண்கிறோம்.

(b) இங்கு, $P_{01} = \dfrac{22000}{14400}$

$$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}$$

$$= \frac{22000}{29000}$$

$$\therefore P_{01} \times Q_{01} = \frac{22000}{14000} \times \frac{22000}{29000}$$

$$= \frac{484000000}{406000000}$$

$$= \frac{484}{406}$$

இங்கு, $\dfrac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = \dfrac{22000}{17000}$

$$= \frac{22}{17} \neq \frac{484}{406}$$

ஆகவே, இங்கு $P_{01} \times Q_{01} \neq \dfrac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$ என இருப்பதால், இக் குறியீட்டெண்ணும் காரணி எதிர் மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்யவில்லை என அறிகிறோம்.

(4) மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண்:

(a) இங்கு, $P_{01} = \dfrac{\Sigma p_1 q_1 + \Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_1 + \Sigma p_0 q_0}$

$$= \frac{22000 + 29000}{14000 + 17000}$$

$$= \frac{51000}{31000}$$

$$= \frac{51}{31}$$

$$P_{10} = \frac{\Sigma p_0 q_0 + \Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_0 + \Sigma p_1 q_1}$$

$$= \frac{17000 + 14000}{29000 + 22000}$$

$$= \frac{31000}{51000}$$

$$= \frac{31}{51}$$

$$\therefore P_{01} \times P_{10} = \frac{51}{31} \times \frac{31}{51} = 1$$

ஆகவே, மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண் கால எதிர் மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் காண்கின்றோம்.

(b) இங்கு, $P_{01} = \frac{51}{31}$ (முன்பே கணக்கிடப்பட்டது)

$$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_1 + \Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_1 + \Sigma q_0 p_0}$$

$$= \frac{22000 + 14000}{29000 + 17000}$$

$$= \frac{36000}{46000}$$

$$= \frac{36}{46}$$

$$\therefore P_{01} \times Q_{01} = \frac{51}{31} \times \frac{36}{46} \neq \frac{22}{17}$$

$$= \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

ஆகவே, மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண் காரணி எதிர் மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்யவில்லை எனக் காண்கிறோம்.

முடிவு: இங்கு, மார்சல்-எட்ச்வொர்த் ஆகியோரின் குறியீட்டெண் காரணி எதிர் மாற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்யாமல், கால எதிர் மாற்றுச் சோதனையை மட்டுமே நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் காண்கிறோம். முடிவாக இர்வின் பிஷ்ஷரின் குறியீட்டெண் தவிர்த்து, மற்றைய எந்தக் குறியீட்டெண்களும், இரு சோதனைகளையும் நிவர்த்தி செய்யவில்லை என அறிகிறோம்.

மாதிரி 445

இர்வின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண், சுற்றுச் சோதனையை (Circular Test) நிவர்த்திக்கத் தவறுகிறது; ஆனால், காரணி, கால எதிர்மாற்றுச் சோதனைகளை நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் காட்டுக.

(எம். ஏ.—டெல்லி—1960)

தீர்வு:

சுற்றுச் சோதனை :

மூன்று கொடுக்கப்பட்ட ஆண்டுகளில் கணக்கிடப்பட்ட குறியீட்டெண் முறை கீழ்க் காணும் சோதனையை நிவர்த்தி செய்தால், அது சுற்றுச் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது எனக் கொள்ளலாம்.

$$P_{12} \times P_{23} \times P_{31} = 1$$

இங்கு,

P_{12} = முதல் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட இரண்டாவது ஆண்டின் விலை மாற்றம்;

P_{23} = இரண்டாம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட மூன்றாவது ஆண்டின் விலை மாற்றம்;

P_{31} = மூன்றாவது ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட முதலாவது ஆண்டின் விலை மாற்றம் என்பனவாகும்.

முன் மாதிரி மூலம் இர்வின் பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் முதல் இரண்டு சோதனைகளை, காலம், காரணி, எதிர் மாற்றுச் சோதனைகளை நிவர்த்தி செய்கிறது எனக் கண்டோம். இனி ஓர் ஊகப் புள்ளி விவரங்களை எடுத்துக் கொண்டு, இவ் விழுமிய குறியீட்டெண் சுற்றுச் சோதனையையும் நிவர்த்தி செய்யவில்லை எனக் காட்டுவோம்.

எடுத்துக் கொண்ட ஊகப் புள்ளி விவரங்கள்:

நுகர் பொருள்கள்	1960 விலை	1960 அளவு	1961 விலை	1961 அளவு	1962 விலை	1962 அளவு
அ	1	4	2	2	4	1
ஆ	2	3	4	5	5	4

பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் காணும் சூத்திரம்,

$$P_{01} = \left[\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

P_{12} கணக்கிடல் : அதாவது 1960ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட 1961ஆம் ஆண்டின் விலை மாற்றம்:

நுகர் பொருள்	1960 p_0	1960 q_0	1961 p_1	1961 q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
அ	1	4	2	2	4	2	8	4
ஆ	2	3	4	5	6	10	12	20
					$\Sigma p_0q_0 = 10$	$\Sigma p_0q_1 = 12$	$\Sigma p_1q_0 = 20$	$\Sigma p_1q_1 = 24$

$$\therefore P_{12} = \left[\frac{20}{10} \times \frac{24}{12} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= [2 \times 2]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2$$

குறிப்பு :

ஒவ்வோர் ஆண்டுகளின் அளவுகள் மாறாமல் இருக்கும் பொழுது மட்டுமே, பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண், சுற்றுச் சோதனையை நிவர்த்தி செய்யும் எனக் கொள்ளலாம்.

வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்
(Cost of Living Index Numbers)

மாதிரி 446

கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்கள் ஒரு சராசரி வேலை செய்யும் பிரிவைச் சேர்ந்த குடும்பத்தின் தொகுப்புக் குறியீட்டெண்களும், தொகுப்பு எடைகளும் கொண்ட வரவு செலவைத் தருகிறது. கொடுக்கப்பட்ட எடைகளை எடுத்துக் கொண்டு, வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும்.

தொகுப்பு	குறியீட்டெண்	எடை
உணவு	352	48
எரிபொருள், வெளிச்சம்	220	10
ஆடை	230	8
வாடகை	160	12
மற்றவைகள்	190	15

(ஐ.ஏ.எஸ்.—1950)

தீர்வு:

வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல்:

தொகுப்பு	குறியீட்டெண் I	எடை W	நிறையிட்ட சார்பிகள் $I \times W$
உணவு	352	48	16896
எரி பொருள், வெளிச்சம்	220	10	2200
ஆடை	230	8	1840
வாடகை	160	12	1920
மற்றவை	190	15	2850
மொத்தம்		$\Sigma W = 93$	$\Sigma IW = 25706$

வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{25706}{93}$$

$$= 276{\cdot}4 \text{ (தோராயமாக)}$$

மாதிரி 447

இங்கிலாந்து நாட்டின் ஒரு நகரிலுள்ள மத்தியதரப் பிரிவுக் குடும்பங்களின் வரவு-செலவுக் குறிப்பின் விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

செலவுகள்	விலைகள் (1928)	விலைகள் (1929)
	£	£
உணவு 35%	150	145
வாடகை 15%	30	30
ஆடை 20%	75	65
எரிபொருள் 10%	25	23
பிற 20%	40	45

1928ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டால் 1929ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுகள் எங்ஙனம் மாறுபடுகின்றன எனக் காண்.

(பி. காம்.—லக்னோ-1944)

தீர்வு:

அடிப்படை ஆண்டு 1928 (= 100)

நுகர் பொருள்	குறியீட்டெண் 1928	குறியீட்டெண் 1929 I	எடை W	நிறையிட்ட குறியீட்டெண் $I \times W$
உணவு	100	$\frac{145}{150} \times 100 = 97$	35	3395
வாடகை	100	= 100	15	1500
ஆடை	100	87	20	1740
எரிபொருள்	100	92	10	920
பிற	100	113	20	2260
மொத்தம்			$\Sigma W = 100$	$\Sigma IW = 9815$

வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma (I \times W)}{\Sigma W}$$

$$= \frac{9815}{100}$$

$$= \mathbf{98{\cdot}15}$$

ஆகவே, 1928ஆம் ஆண்டின் ஒப்பிட்ட 1929ஆம் ஆண்டின் விலைகள் குறைந்துள்ளதைக் காண்கிறோம்.

மாதிரி 448

(i) மொத்தச் செலவு முறை

(ii) குடும்ப வரவு செலவு முறை

(அல்லது)

சார்பிகளின் நிறையிட்ட சராசரி முறை

ஆகிய முறைகளில் கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு 1955ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1956ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும்.

நுகர் பொருள்கள்	செலவாகிய அளவு (1955ஆம் ஆண்டில்)	அலகு	1955ஆம் ஆண்டின் விலை	1956ஆம் ஆண்டில் விலை
			ரூ.பை.	ரூ.பை.
அரிசி	6 கிலோ	கி. கிராம்	5·75	6·00
கோதுமை	6 கிலோ	கி. கிராம்	5·00	8·00
பருப்பு வகை	1 கிலோ	கி. கிராம்	6·00	9·00
எண்ணெய்	6 லிட்டர்	லிட்டர்	8·00	10·00
நெய்	4 லிட்டர்	லிட்டர்	2·00	1·50
சர்க்கரை	1 கிலோ	கி. கிராம்	20·00	15·00

தீர்வு :

(i) மொத்தச் செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல் :

நுகர் பொருள்கள்	செலவாகிய அளவு (1955ஆம் ஆண்டுக்கு) q_0	அலகு	1955ஆம் ஆண்டின் அடிப்படை விலை p_0	1956ஆம் ஆண்டின் விலை p_1	அடிப்படை ஆண்டில் மொத்தச் செலவு $p_0 \times q_0$	நிகழ் ஆண்டின் மொத்தச் செலவு $p_1 \times q_0$
அரிசி	6 கிலோ	கிலோ கிராம்	5·75	6	34·50	36
கோதுமை	6 கிலோ	கிலோ கிராம்	5	8	30	48
பயறு வகை	1 கிலோ	கிலோ கிராம்	6	9	6	9
எண்ணெய்	6 லிட்டர்	லிட்டர்	8	10	48	60
நெய்	4 லிட்டர்	லிட்டர்	2	1·5	8	6
சர்க்கரை	1 கிலோ	கிலோ கிராம்	20	15	20	15
மொத்தம்					146·50	174

1955ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{174}{146 \cdot 50} \times 100$$

$$= 118 \cdot 8$$

(ii) குடும்ப வரவு-செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	அலகு	அடிப்படை ஆண்டு விலை p_0	நிகழ் வாண்டு விலை p_1	1956ஆம் ஆண்டு சார்பிகள் $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right) = I$	அடிப்படை ஆண்டின் மொத்தச் செலவு W	பெருக்கல் $I \times W$
அரிசி	கி. கிராம்	5·75	6·00	104·3	34·50	3598·36
கோதுமை	,,	5·00	8·00	160·0	30·00	4800·00
பருப்பு வகை	,,	6·00	9·00	150·0	6·00	900·00
எண்ணெய்	லிட்டர்	8·00	10·00	125·0	48·00	6000·00
நெய்	,,	2·00	15·00	75·0	8·00	600·00
சர்க்கரை	கி. கிராம்	20·00	15·00	75·0	20·00	1500·00
மொத்தம்					146·50	17398·36

1956ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவு
(குடும்ப வரவு-செலவு முறையில்):

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{17398 \cdot 36}{146 \cdot 50}$$

$$= \mathbf{118 \cdot 8}$$

மாதிரி 449

1936ஆம் ஆண்டு ஆகஸ்டு மாதத்தில், ஒரு நகரில் வசிக்கும் தொழிலாளர் குடும்பங்களின் சராசரிக் குடும்பம் செலவு செய்தவைகள் பின்வருமாறு: உணவுப் பொருள்கள் 1·5 மாண்டுகள்; 10 கெசத் துணி; எரி பொருள் 2 மாண்டுகள்; ஒரு டின் கெரோசின் எண்ணெய்; வீட்டு வாடகை ரூ. 15.

ஒரு மாண்டு உணவுத் தானியம் ரூ. 6 ஆகவும்; கெசம் துணி 50 பைசே ஆகவும், எரிபொருள் மாண்டிற்கு ரூ. 2·25 ஆகவும், ஒரு டின் கெரோசின் ரூ. 5·00 ஆகவும் விற்று வந்தது. 1943-ல் ஆகஸ்டு மாதம் உணவுத் தானியம், ஆடை ஆகிய வற்றின் சராசரி விலைகள் முறையே 3 மடங்காகவும், 5 மடங்காகவும் உயர்ந்தன. எரிபொருள் மாண்டிற்கு ரூ. 5·00 ஆகவும், வீட்டு வாடகை ரூ. 20 ஆகவும் உயர்ந்தது. கெரோசின் எண்ணெய் விலை மட்டும் ஏக விதிவிலக்காக 50 பைசே (டின்னிற்கு) குறைந்தது.

உனது முறையை விளக்கமாகக் கொண்டு 1939, ஆகஸ்டு மாதத்துடன் ஒப்பிட்டு, 1943, ஆகஸ்டு மாதத்தின் தொழிலாளர் களின் குடும்ப அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்களின் உயர்வை நிறை அளவாகக் கணக்கிடுக.

(எம்.காம்.—அலகாபாத்-1948)

தீர்வு:

கணக்கில் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களின்படி, 1943, ஆகஸ்டு மாதம் வெவ்வேறு நுகர் பண்டங்களின் விலை பின் வருமாறு:

உணவுப் பொருள்கள்	ரூ. 6 × 3 =	ரூ. 18·00 (மாண்டிற்கு)
உடைத் துணி	ரூ. 0·50 × 5 =	ரூ. 2·50 (கெசத்திற்கு)
எரிபொருள்	=	ரூ. 5·00 (மாண்டிற்கு)
வீட்டு வாடகை	=	ரூ. 20·00
கெரோசின் எண்ணெய் ரூ. 5·00 − 0·50	=	ரூ. 4·50 (டின்னிற்கு)

இவ்விவரங்களைப் பயன்படுத்தி இனித் தேவையான வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடலாம்:

மொத்தச் செலவு முறை :

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை மாத (1939 ஆகஸ்டு) அளவு q_0	அடிப்படை மாத (1939 ஆகஸ்டு) விலை p_0	நிகழ்வு மாத (1943 ஆகஸ்டு) விலை p_1	மொத்தச் செலவு (1939 ஆகஸ்டு) (p_0q_0)	மொத்தச் செலவு (1943 ஆகஸ்டு) (p_1q_0)
		ரூ.பை.	ரூ.பை.	ரூ.பை.	ரூ.பை.
உணவுத் தானியம்	1·5 மாண்டுகள்	6·00	18·00	9·00	27·00
ஆடை	10 கெசங்கள்	0·50	2·50	5·00	25·00
எரிபொருள்	2 மாண்டுகள்	2·25	5·00	4·50	10·00
கிரோசின் எண்ணெய்	1 டின்	5·00	4·50	5·00	4·50
வீட்டு வாடகை	...	15·00	20·00	15 00	20·00
மொத்தம்				38·50	86·50

1939, ஆகஸ்டு மாதத்தை அடிப்படையாகக்கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட ஆகஸ்டு 1943 ஆம் மாத வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் :

$$= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{86{\cdot}5}{38{\cdot}5} \times 100$$

$$= 224{\cdot}7$$

மாதிரி 450

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, மொத்தச் செலவு முறையைப் பயன்படுத்தி 1939ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1940-ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு 1939-ல் செலவு செய்த அளவு	1939 ஆம் ஆண்டு விலை	1940 ஆம் ஆண்டு விலை
		ரூ.பை.	ரூ.பை.
அரிசி	6 மாண்டுகள்	5·75	6·00
கோதுமை	6 ,,	5·00	8·00
பருப்பு வகை	1 மாண்டு	6·00	9·00
பயறு	6 மாண்டுகள்	8·00	10·00
நெய்	4 சேர்கள்	2·00	1·50
சர்க்கரை	1 மாண்டு	20·00	15·00
எண்ணெய்	20 சேர்கள்	20·50	18·00
உப்பு	12 ,,	4·00	4·75
எரிபொருள்	12 மாண்டுகள்	0·75	1·00
ஆடை	50 கெசங்கள்	0·50	0·75
வீட்டு வாடகை	...	10·00	12·00

(குறிப்பு : ரூ-அணா-பைசாவில் கொடுக்கப்பட்டவற்றை ரூபாய் புதிய காசுகளில் மாற்றி எழுதப்பட்டுள்ளது.)

(பி.காம்.—ஆக்ரா-1953)

தீர்வு:

மொத்தச் செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல் :

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டில் அளவு q_0	அலகு	அடிப்படை ஆண்டில் விலை p_0	நிகழ்வு வாண்டில் விலை p_1	மொத்தச் செலவு: அடிப்படை ஆண்டில் p_0q_1	மொத்தச் செலவு: நிகழ்வு ஆண்டில் p_1q_0
அரிசி	6 மாண்டிகள்	மாண்டிற்கு	5·75	6·00	34·50	36·00
கோதுமை	6 ,,	,,	5·00	8·00	30·00	48·00
பருப்பு வகை	1 மாண்டு	,,	6·00	9·00	6·00	9·00
பயறு	6 மாண்டுகள்	,,	8·00	10·00	48·00	60·00
நெய்	4 சேர்கள்	சேருக்கு	2·00	1·50	8·00	6·00
சர்க்கரை	1 மாண்டு	மாண்டிற்கு	20·00	15·00	20·00	15·00
எண்ணெய்	20 சேர்கள்	சேருக்கு	20·50	18·00	10·25	9·00
உப்பு	12 ,,	,,	4·00	4·75	1·20	1·43
எரிபொருள்	12 மாண்டுகள்	மாண்டிற்கு	0 75	1·00	9·00	12·00
ஆடை	50 கெசங்கள்	கெசத்திற்கு	0·50	0·75	25·00	37·50
வீட்டு வாடகை	...	...	10·00	12·00	10·00	12·00
மொத்தம்					$\Sigma p_0 q_0$ = 201·95	$\Sigma p_1 q_0$ = 245·93

நிகழ்வாண்டின் (1940) வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{245 \cdot 93}{201 \cdot 95} \times 100$$

$$= \frac{24593}{201 \cdot 95}$$

$$= \mathbf{121 \cdot 7}$$

மாதிரி 451

(i) மொத்தச் செலவு முறை

(ii) குடும்ப வரவு செலவு முறை

(அல்லது)

சார்பிகளின் நிறையிட்ட சராசரி முறை

ஆகிய முறைகளில் கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு நிகழ்வாண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் களைத் தனித்தனியாகக் கணக்கிடவும்.

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டில் செலவாகிய அளவு	அலகு	அடிப் படை ஆண்டு விலை (ரூபாயில்)	நிகழ்வாண் டின் விலை (ரூபாயில்)
அரிசி	5 மாண்டுகள்	மாண்டில்	6·00	8·00
கம்பு	5 ,,	,,	4·00	5·00
கோதுமை	1 மாண்டு	,,	5·00	10·00
தானியம	1 ,,	,,	3·00	6·00
பயறு	½ ,,	,,	4·00	6·00
மற்ற பருப்புகள்	2 மாண்டுகள்	,,	3·00	4·00
நெய்	4 சேர்கள்	சேரில்	1·25	2·00
மசூர் பருப்பு	2 மாண்டுகள்	மாண்டில்	2·50	5·00
உப்பு	12½ சேர்கள்	சேரில்	4·00	5·00
எண்ணெய்	24 ,,	,,	20·00	25·00
ஆடை	40 கெசங்கள்	கெசத்தில்	0·25	0·50
விறகு	10 மாண்டுகள்	மாண்டில	0·50	0·80
மண் எண்ணெய்	1 டின்	டின்	4·00	6·00
வீட்டு வாடகை	...	வீடு	12·00	15·00

(பி. காம்.—அலகாபாத்-1949)
(எம். ஏ.—பஞ்சாப்-1951)

தீர்வு:

(1) மொத்தச் செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் கணக்கிடல் :

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டின் அளவு q_0	அலகு	விலை (ரூபாயில்-ஓர் அலகிற்கு) அடிப்படை ஆண்டு p_0	நிகழ் வாண்டு p_1	மொத்தச் செலவு முறை (ரூபாயில்) அடிப்படை ஆண்டு p_0q_0	நிகழ் வாண்டு p_1q_0
அரிசி	5 மாண்டுகள்	மாண்டு	6·00	8·00	30·00	40·00
கம்பு	5 ,,	,,	4·00	5·00	20·00	25·00
கோதுமை	1 மாண்டு	,,	5·00	10·00	5·00	10·00
தானியம்	1 ,,	,,	3·00	6·00	3·00	6·00
பயறு	½ ,,	,,	4·00	6·00	2 00	3·00
மற்ற பருப்புகள்	2 மாண்டுகள்	,,	3·00	4·00	6·00	8·00
நெய்	4 சேர்கள்	சேர்	1·25	2·00	5·00	8·00
மசூர் பருப்பு	2 மாண்டுகள்	மாண்டு	2·50	5·00	5·00	10·00

உப்பு	12·5 சேர்கள்	சேர்	4·00	5·00	1·25	1·5625
எண்ணெய்	24 ,,	,,	20·00	25·00	12·00	15·00
ஆடை	40 கெசங்கள்	கெசம்	0·25	0·50	10·00	20·00
விறகு	10 மாண்டுகள்	மாண்டு	0·50	0·80	5·00	8·00
மண்ணெண்ணெய்	1 டின்	டின்	4·00	6·00	4·00	6·00
வீட்டு வாடகை	...	வீடு	12·00	15·00	12·00	15·00
மொத்தம்					$\Sigma p_0 q_0$ = 120·25	$\Sigma p_1 q_0$ = 175·5625

மொத்தச் செலவு முறையில் கணக்கிடப்பட்ட நிகழ்வாண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{175 \cdot 5625}{120 \cdot 25} \times 100$$

= **146** (தோராயமாக)

(ii) குடும்ப வரவு-செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல்:

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டின் அளவு q_0	அலகு	குடும்ப வரவு-செலவு முறை: நிகழ் வாண்டின் விலைச் சார்பிகள் (I)	அடிப்படை ஆண்டு எடை (W)	நிறையிட்ட சார்பிகள் $I \times W$
அரிசி	5 மாண்டுகள்	மாண்டு	133·33	30	4000·00
கம்பு	5 ,,	,,	125·00	20	2500·00
கோதுமை	1 மாண்டு	,,	200·00	5	1000·00
தானியம்	1 ,,	,,	200·00	3	600·00
பயறு	0·5 ,,	,,	150·00	2	300·00
மற்ற பருப்புகள்	2 மாண்டுகள்	,,	133·33	6	800·00
நெய்	4 சேர்கள்	சேர்	160·00	5	800·00
மசூர் பருப்பு	2 மாண்டுகள்	மாண்டு	200·00	5	1000·00
உப்பு	5/16 ,,	,,	125·00	1·25	156·25
எண்ணெய்	3/5 ,,	,,	125·00	12	1500·00
ஆடை	40 கெசங்கள்	கெசம்	200·00	10	2000·00
விறகு	10 மாண்டுகள்	மாண்டு	160·00	5	800·00
மண்ணெண்ணெய்	1 டின்	டின்	150·00	4	600·00
வீட்டு வாடகை	...	வீடு	125·00	12	1500·00
மொத்தம்				$\Sigma W = 120{\cdot}25$	$\Sigma IW = 17556{\cdot}25$

குடும்ப வரவு செலவு முறையில் கணக்கிடப்பட்ட குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{17556 \cdot 25}{120 \cdot 25}$$

$$= \mathbf{146} \text{ (தோராயமாக)}$$

மாதிரி 452

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஓர் எடுத்துக்காட்டுக் குடும்பத்தில் செலவாகிய சில பொருள்களின் விலைகளையும் அளவுகளையும் தருகிறது. 1960ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 1971ஆம் ஆண்டின் பொருத்தமான வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணை கணக்கிடவும்.

விவரம்	1960ஆம் ஆண்டு		1971ஆம் ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
தானியங்கள்	2·50	42·8	4·89	49·6
மற்ற உணவுப் பொருள்கள்	1·87	8·4	3·95	9·3
ஆடை	3·68	7·5	5·24	8·7
எரிபொருள், ஒளி	7·51	10·1	13·08	12·8
வாடகை	3·57	2·6	8·29	2·5
கல்வி	5·29	3 9	7·96	4·2
பொழுதுபோக்கு	14·01	4·3	18·53	6·5
மற்றவை	2·83	5·8	5·77	7·1

I. மொத்தச் செலவு முறையில் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல் :

விவரம்	அடிப்படை (1960 = 100) அளவு q_0	அடிப்படை ஆண்டு (1960 = 100) விலை p_0	நிகழ் வாண்டு 1971 விலை p_1	அடிப்படை ஆண்டு மொத்தச் செலவு (p_0q_0)	நிகழ் வாண்டு மொத்தச் செலவு (p_1q_0)
தானியங்கள்	42·8	2·50	4·89	107·000	209·292
மற்ற உணவுப் பொருளகள்	8·4	1·87	3·95	15·708	33·180
ஆடை	7·5	3·68	5·24	27·600	39·300
எரிபொருள், ஒளி	10·1	7·51	13·08	75·851	132·108
வாடகை	2·6	3·57	8·29	9·282	21·554
கல்வி	3·9	5·29	7·96	20·631	21·044
பொழுதுபோக்கு	4·3	14·01	18·53	60·243	79·679
மற்றவை	5·8	2·83	5·77	16·414	33·466
மொத்தம்				332·729	569·623

நிகழ்வாண்டின் (1971) வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (மொத்தச் செலவு முறையில்)

$$= \frac{\Sigma\ p_1q_0}{\Sigma\ p_0q_0} \times 100$$

$$= \frac{569{\cdot}623}{332{\cdot}729} \times 100$$

$$= \mathbf{174{\cdot}2}$$ (தோராயமாக)

II. குடும்ப வரவு-செலவு முறை: **வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல் :**

விவரம்	அடிப்படை ஆண்டு அளவு q_0	அடிப்படை ஆண்டு விலை p_0	நிகழ் வாண்டின் விலை p_1	நிகழ் வாண்டின் விலைச் சார்பிகள் I	அடிப்படை ஆண்டு எடை W	நிறையிட்ட சார்பிகள் IW
தானியங்கள்	42·8	2·50	4·89	155·6	107·000	16649 2
மற்ற உணவுப் பொருள்கள்	8·4	1·87	3·95	211·2	15·708	3315·8
ஆடை	7·5	3·68	5·24	142·12	27·600	3922·0
எரிபொருள், **ஒளி**	10·1	7·51	13·08	174·17	75·851	13221·8
வாடகை	2·6	3·57	8·29	231·38	9·282	2152·0
கல்வி	3·9	5·29	7·96	281·27	20·631	5794·8
பொழுதுபோக்கு	4·3	14·01	18·53	132·23	60·243	7958·4
மற்றவை	5·8	2·83	5·77	203·89	16·416	3344·0
மொத்தம்					332·731	56358·0

குடும்ப வரவு-செலவு முறையில் கணக்கிட்ட நிகழ்வாண்டின் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{56358 \cdot 0}{332 \cdot 731}$$

$$= \mathbf{169 \cdot 396}$$ (தோராயமாக)

மாதிரி 453

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிட்ட பின்பு, 1951—52ஆம் ஆண்டு விலைகளின் சதவீத உயர்வைக் கணக்கிடுக.

நுகர் பொருள்கள்	எடைகள்	விலைக் குறியீட்டெண்கள்	
		1951	1952
அரிசி	27	93	120
கோதுமை	23	87	107
பார்லி	10	73	88
பருப்பு வகை	10	103	110
பயறு வகை	5·5	123	130
உருளைக் கிழங்கு	4·5	99	85
இனிப்பு உருளைக் கிழங்கு	1·5	124	82
சர்க்கரை	12	91	80
துணி	4·5	131	35
புகையிலை	2	84	84

(எம்.ஏ.— அலகாபாத்)

நீர்வு:

I. 1951 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	விலைக் குறியீட்டெண் 1951 I	எடைகள் W	பெருக்கல் $I \times W$
அரிசி	93	27	2511·0
கோதுமை	87	23	2001·0
பார்லி	73	10	730·0
பருப்பு வகைகள்	103	10	1030·0
பயறு வகைகள்	123	5·5	676·5
உருளைக் கிழங்கு	99	4·5	445·5
இனிப்பு உருளைக் கிழங்கு	124	1·5	186·0
சர்க்கரை	91	12	1092·0
துணி	131	4·5	589·5
புகையிலை	84	2	168·0
மொத்தம்		100·0	9429·5

1951 ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் காணும் சூத்திரம்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{9429 \cdot 5}{100}$$

$$= 94 \cdot 295$$

II. 1952-ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடல்:

நுகர் பொருள்கள்	விலைக் குறியீட்டெண்-1952 I	எடைகள் W	பெருக்கல் $(I \times W)$
அரிசி	120	27	3240·0
கோதுமை	107	23	2461·0
பார்லி	88	10	880·0
பருப்பு வகை	120	10	1200·0
பயறு வகை	130	5·5	715·0
உருளைக்கிழங்கு	85	4·5	382·5
இனிப்பு உருளைக்கிழங்கு	82	1·5	123·0
சர்க்கரை	80	12·0	960·0
துவரை	135	4·5	607·5
புகையிலை	84	2·0	168·0
மொத்தம்		100·0	10737·0

1952-ஆம் ஆண்டின் நிறையிட்ட குறியீட்டெண் காணும் சூத்திரம்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{10737}{100}$$

$$= \mathbf{107 \cdot 37}$$

மாதிரி 454

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 8 நுகர் பொருள்களின் அடிப்படை ஆண்டு விலைகளைத் தருகிறது. நிகழ்வாண்டின் நிறையிடாத விலைகளின் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும். கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு விகிதப்படியுள்ள எடைகளைக் கொண்ட, நிறையிட்ட குறியீட்டெண்ணையும் கணக்கிடவும்.

நுகர் பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு அளவு (அலகுகளில்)	விலை (அலகிற்கு)	
		அடிப்படை ஆண்டு	நிகழ்வாண்டு
1	2692	64·2	72·3
2	831	119·8	111·5
3	1247	39·8	45·0
4	185	57·5	67·8
5	345	141 4	95·5
6	8989	10·9	19·6
7	86	141·0	113 5
8	1298	18·2	21 2

(எம்.காம்.—1950)

தீர்வு:

நிறையிடாத, நிறையிட்ட குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடல் :

நுகர் பொருள்	அடிப்படை ஆண்டின் அளவு q_0	விலை அலகிற்கு: அடிப்படை ஆண்டு p_0	விலை அலகிற்கு: நிகழ் வாண்டு p_1	அடிப்படை ஆண்டில் செலவான மதிப்பு $W(=p_0q_0)$	விலைச் சார்பிகள் $I\left(=\frac{p_1}{q_0}\times 100\right)$	நிறையிட்ட சார்பிகள் IW
1	2692	64·2	72 3	172826·4	112·62	19463709
2	831	119·8	111·5	99553 8	93·07	9265472
3	1247	39·8	45·0	49630·6	113·07	4611732
4	185	57·5	67·8	10637·5	117·91	1254267
5	345	141·4	96·5	48783·0	68·25	3329440
6	8989	10·9	19·6	97930·1	179·82	17618781
7	86	141·0	113·5	12126·0	80·50	976143
8	1268	18·2	21·2	23623·6	116·48	2751677
$n=8$	மொத்தம்			ΣW = 515151·0	ΣI = 881·72	ΣIW = 60271221

நிகழ்வாண்டின் சாதாரணக் குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma I}{n}$$

$$= \frac{881 \cdot 72}{8}$$

$$= \mathbf{110 \cdot 215}$$

அடிப்படை ஆண்டின் செலவு மதிப்பை எடையாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட நிறையிட்ட குறியீட்டெண்

$$= \frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$$

$$= \frac{60271221}{515161}$$

$$= \mathbf{117 \cdot 0} \qquad \text{(தோராயமாக)}$$

குறியீட்டெண்களை இணைத்தல்
Splicing of Index Numbers

மாதிரி 455

ஒரு புள்ளி விவரக் குழு,

1914ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு 1920ஆம நிகழ்வாண்டின் உற்பத்திக் குறியீட்டெண்ணைக் கீழ்க்கண்டுள்ள படி தருகிறது.

1914ஆம் ஆண்டின்	குறியீட்டெண்	— 100
1920ஆம் ,,	,,	— 120
1929ஆம் ,,	,,	— 200

1930ஆம் ஆண்டில் இப்புள்ளி விவரக் குழு புதிய முறையில் 1929ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாற்றி அமைத்தது. 1929 = 100 எனக் கொண்டு கண்ட 1935ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் 150 ஆகும்.

1936 ஆம் ஆண்டில் இப்புள்ளி விவரக் குழு மறுபடியும் புதிய முறையில் 1935ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாற்றி அமைத்தது. 1935 = 100 எனக் கொண்டு கண்ட 1939ஆம் ஆண்டின் குறியீட்டெண் 120 ஆகும். இம் மூன்று குறியீட்டெண் வரிசைகளையும் ஒன்றாக இணைத்து, 1935 = 100 என அடிப்படை ஆண்டு இருக்கும்படியுள்ள, ஒரே தொடர் குறியீட்டெண் வரிசையைக் காணவும். இணைப் பத்திகளில் ஒரு கணக்கிட்ட அட்டவணையைக் காட்டவும்.

(இங். அக்.)

தீர்வு:

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் மேலே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பின்பு ஒன்றிணைத்த குறியீட்டெண் காண்கிறோம்.

1935 = 100 எனக் கொண்டு இணைந்த குறியீட்டெண் வரிசை காணல்:

ஆண்டு	(1914 = 100) என்ற அடிப்படை ஆண்டின் முதல் வரிசை	(1929 = 100) என்ற அடிப்படை ஆண்டின் இரண்டாம் வரிசை	(1935 = 100) என்ற அடிப்படை ஆண்டின் மூன்றும் வரிசை	1935 = 100 எனக் கொண்டு இணைக்கப் பட்ட ஒரே வரிசைக் குறியீட்டெண்கள்
1914	100			$\frac{100}{120} \times 40 = 33{\cdot}3$
1920	120			$\frac{120}{200} \times 66{\cdot}67 = 40{\cdot}0$
1929	200	100		$\frac{100}{150} \times 100 = 66{\cdot}7$
1935		150	100	= 100
1939			120	= 120

மாதிரி

ஒரு வரிசை 1950ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகவும் மற்றொரு வரிசை 1956ஐ அடிப்படை ஆண்டாகவும் கொண்டுள்ளதை, ஒன்றாக ஒரே (1950 = 100) அடிப்படை ஆண்டை உடைய இணைத்த (Spliced) குறியீட்டெண் வரிசையாகக் காணவும்.

I முதல் வரிசை		II இரண்டாம் வரிசை	
ஆண்டு	(1950 = 100) என்பதை அடிப்படை ஆண்டாக உடைய குறியீட்டெண்	ஆண்டு	(1956 = 100)ஐ அடிப்படை ஆண்டாக உடைய குறியீட்டெண்
1950	100	1956	100
1951	120	1957	115
1952	135	1958	136
1953	150	1959	157
1954	175	1960	198
1955	220	1961	215
1956	300	1962	235

தீர்வு:

இரண்டாம் வரிசையில் 1957-லிருந்து 1956ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன. ஆகவே, இக் குறியீட்டெண்கள் 1956ஆம் ஆண்டிலிருந்து தனித்துக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன. இரண்டாவது வரிசைக் குறியீட்டெண்கள் 1956(= 100)ஐ அடிப்படையாகக்கொண்டுள்ளதை, 1950(= 100) என அடிப்படை ஆண்டை மாற்றி, ஒரே அடிப்படை ஆண்டு 1950ஐக் கொண்டு புதிய ஒரே வரிசைக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடுகிறோம்.

ஆண்டு	(1) முதல் வரிசை (1950 = 100)-ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(2) இரண்டாவது வரிசை (1956 = 100)-ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(1950 = 100) என இரண்டாவது வரிசையை முதல் வரிசையுடன் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டுள்ளது
1950	100		100
1951	120		120
1952	135		135
1953	150		150
1954	175		175
1955	220		220
1956	300	100	$\frac{100 \times 300}{100} = 300$

ஆண்டு	(1) முதல் வரிசை (1950=100)-ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(2) இரண்டாவது வரிசை (1956=100)-ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(1950=100) என இரண்டாவது வரிசையை முதல வரிசையுடன் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டுள்ளது
1957		115	$\frac{115\times300}{100}=345$
1958		136	$\frac{135\times300}{100}=408$
1959		157	$\frac{157\times300}{100}=471$
1960		198	$\frac{198\times300}{100}=594$
1961		251	$\frac{215\times300}{100}=645$
1962		235	$\frac{235\times300}{100}=705$

மாதிரி 456

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்கள் விலைகளின் குறியீட்டெண்களாகும் (1955=100).

ஆண்டு	குறியீட்டெண்	ஆண்டு	குறியீட்டெண்
1955	100	1962	230
1956	105	1963	265
1957	115	1964	305
1958	145	1965	268
1959	165	1966	215
1960	175	1967	190
1961	200	1969	175

அடிப்படை ஆண்டு 1955ஐ, 1961ஆம் ஆண்டிற்கு அடிப்படை ஆண்டாக மாற்றி அமைத்துக் குறியீட்டெண்களைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

1955-லிருந்து மாற்றி 1961 = 100 எனக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்

ஆண்டு	(1955 = 100) ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(1961 = 100) ஐ அடிப்படையாக மாற்றியமைத்த குறியீட்டெண்கள்
1955	100	$\frac{100 \times 100}{200} = 50$
1956	105	$\frac{105 \times 100}{200} = 52 \cdot 5$
1957	115	$\frac{115 \times 100}{200} = 57 \cdot 5$
1958	145	$\frac{145 \times 100}{200} = 72 \cdot 5$
1959	165	$\frac{165 \times 100}{200} = 82 \cdot 5$
1960	174	$\frac{174 \times 100}{200} = 87 \cdot 0$
1961	200	$\frac{200 \times 100}{200} = 100 \cdot 0$
1962	230	$\frac{230 \times 100}{200} = 115 \cdot 0$
1963	265	$\frac{265 \times 100}{200} = 132 \cdot 5$
1964	305	$\frac{305 \times 100}{200} = 152 \cdot 5$
1965	268	$\frac{268 \times 100}{200} = 134 \cdot 0$
1966	215	$\frac{215 \times 100}{200} = 107 \cdot 5$

ஆண்டு	(1955 = 100)ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்	(1961 = 100)ஐ அடிப்படையாக மாற்றியமைத்த குறியீட்டெண்கள்
1967	190	$\frac{190 \times 100}{200} = 95{\cdot}0$
1968	175	$\frac{175 \times 100}{200} = 87{\cdot}5$

மாதிரி 457

கீழ்க்காணும் பட்டியல் இந்தியாவில் ஒவ்வொருவரின் சராசரி வருமானத்தையும் வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணையும் 1939-40ஆம் ஆண்டிலிருந்து 1947-48ஆம் ஆண்டு வரைத் தருகிறது.

ஆண்டு	ஒவ்வொருவரின் சராசரி வருமானம் (ரூபாயில்)	வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (அடிப்படை (1939-40 = 100)
1939 — 40	67	100
1940 — 41	70	105
1941 — 42	78	117
1942 — 43	112	160
1943 — 44	130	217
1944 — 45	139	216
1945 — 46	137	219
1946 — 47	143	242
1947 — 48	160	258

வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணுடன் சம்பந்தப் படுத்தி, வருமானத்தை ஒருங்கிணைத்து (Deflat), உண்மை வருமானத்தைக் காணவும்.

(எம்.ஏ.—அலகாபாத்—1950)

தீர்வு:

உண்மை வருமானம் அல்லது deflat வருமானம்:

ஆண்டு	ஒவ்வொருவரின் சராசரி வருமானம் (ரூபாயில்)	வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (அடிப்படை 1939-40=100)	Deflated அல்லது உண்மை வருமானம் (ஒவ்வொருவரின் சராசரி)
1939-40	67	100	$\frac{67}{100} \times 100 = 67$
1940-41	70	105	$\frac{70}{105} \times 100 = 66{\cdot}7$
1941-42	78	117	$\frac{78}{117} \times 100 = 66{\cdot}7$
1942-43	112	160	$\frac{112}{160} \times 100 = 70{\cdot}0$
1943-44	139	217	$\frac{139}{217} \times 100 = 64{\cdot}1$
1944-45	139	216	$\frac{139}{216} \times 100 = 64{\cdot}4$
1945-46	137	219	$\frac{137}{219} \times 100 = 62{\cdot}6$
1946-47	143	242	$\frac{143}{242} \times 100 = 59{\cdot}1$
1947-48	160	258	$\frac{160}{258} \times 100 = 62{\cdot}0$

மாதிரி 458

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு குறிப்பிட்ட சமூகத்தினரின் ஒவ்வொருவர் சராசரி வருமானத்தையும், வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்ணையும் தருகிறது. வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண்களின் ஏற்றத்தைக் கணக்கில் கொண்டு உண்மை வருமானத்தைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	ஒவ்வொருவரின் தனிப்பட்ட சராசரி வருமானம்	வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (அடிப்படை 1960 = 100)
1960	650	100
1961	700	110
1962	750	120
1963	800	130
1964	900	150
1965	1000	200
1966	1200	250
1967	1500	350

தீர்வு:

உண்மை வருமானம் அல்லது ஒருங்கிணைந்த வருமானம் கணக்கிடல் :

ஆண்டு	சராசரி வருமானம் (ரூபாயில்)	வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (1960 = 100)	உண்மையான ஒவ்வொருவரின் சராசரி வருமானம்
1960	650	100	$650 \times \frac{100}{100} = 650$
1961	700	110	$700 \times \frac{100}{110} = 636$

ஆண்டு	சராசரி வருமானம்	வாழ்க்கை அடக்கச் செலவுக் குறியீட்டெண் (1960 = 100)	உண்மையான ஒவ்வொருவரின் சராசரி வருமானம்
1962	750	120	$750 \times \frac{100}{120} = 625$
1963	800	130	$800 \times \frac{100}{130} = 615$
1964	900	150	$900 \times \frac{100}{150} = 600$
1965	1000	200	$1000 \times \frac{100}{200} = 500$
1966	1200	250	$1200 \times \frac{100}{250} = 480$
1967	1500	350	$1500 \times \frac{100}{350} = 429$

மாதிரி 459

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் ஓர் உயர்நிலைப் பள்ளி ஆசிரியரின் ஆண்டு வருமானத்தையும் பொதுவான விலைக் குறியீட்டெண்ணையும், பத்து ஆண்டுகளுக்குத் தருகிறது. அவருடைய உண்மைச் சம்பளத்தின் குறியீட்டெண்ணைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	வருமானம் (ரூபாயில்)	விலைகளின் பொதுக் குறியீட்டெண்	ஆண்டு	வருமானம் (ரூபாயில்)	விலைகளின் பொதுக் குறியீட்டெண்
1931	600	100	1936	1350	290
1932	690	104	1937	1700	300
1933	780	115	1938	2200	320
1934	900	160	1939	2500	330
1935	1100	280	1940	3000	345

தீர்வு:

உண்மை வருமானம் கணக்கிடல் :

ஆண்டு	வருமானம் (ரூபாயில்)	விலைக் குறியீட்டெண்	உண்மை வருமானம்	உண்மை வருமானக் குறியீட்டெண்
1931	600	100	$\frac{600}{100} \times 100 = 600$	600
1932	690	104	$\frac{690}{104} \times 100 = 663{\cdot}46$	663·5
1933	780	115	$\frac{780}{115} \times 100 = 678{\cdot}27$	678·3
1934	900	160	$\frac{900}{160} \times 100 = 565{\cdot}5$	565·5
1935	1100	280	$\frac{1100}{280} \times 100 = 392{\cdot}86$	392·9
1936	1350	290	$\frac{1350}{290} \times 100 = 465{\cdot}52$	465·5
1937	1700	300	$\frac{1700}{300} \times 100 = 566{\cdot}67$	566·7
1938	2200	320	$\frac{2200}{320} \times 100 = 687{\cdot}5$	687·5
1939	2500	330	$\frac{2500}{330} \times 100 = 757{\cdot}58$	757·6
1940	3000	345	$\frac{3000}{345} \times 100 = 869{\cdot}57$	869·6

8. வரை படங்கள்

(Diagrams)

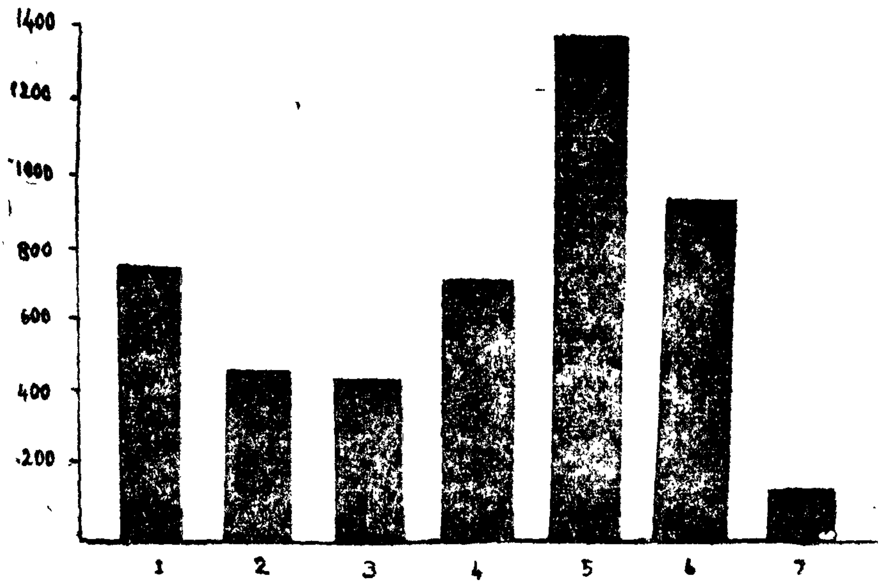
மாதிரி 460

இரண்டாம் ஐந்தாண்டுத் திட்டத்தில் பல்வேறு துறைகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட நிதிநிலையினைக் கீழ்க் காணும் பட்டியல் காட்டுகிறது.

விவரம்	ரூபாய்கள் (கோடியில்)
உழவு, சமுதாய வளர்ச்சி	565
பாசனப் பகுதி, வெள்ளக் கட்டுப்பாடு	458
மின்சக்தி	440
போக்குவரத்து செய்தித்துறை	891
தொழிற்சாலை, சுரங்கம்	1384
சமூகச் சேவை	945
பிற இனங்கள்	116

இதனை ஒரு சாதாரணப் பட்டை வரைபடத்தில் அமைத்துக் காட்டுக.

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)

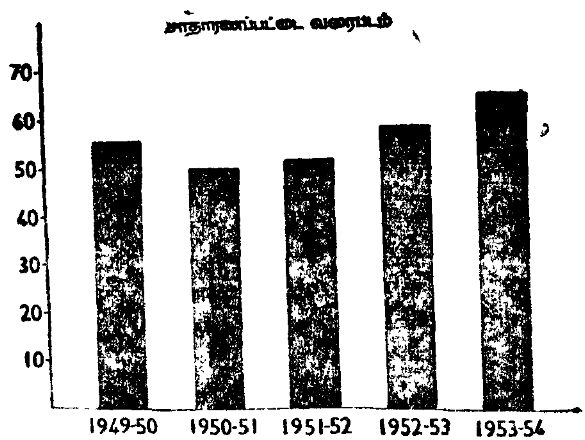


படம் 8

மாதிரி 461

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உணவு தானியங்களின் மொத்த உற்பத்தி விவரங்களுக்குத் தக்க வரைபடம் வரைந்து விளக்குக.

ஆண்டு	மொத்த உற்பத்தி (மில்லியன் டன்னில்)
1949 — 1950	54·05
1950 — 1951	50·02
1951 — 1952	51·14
1952 — 1953	57·48
1953 — 1954	65·42



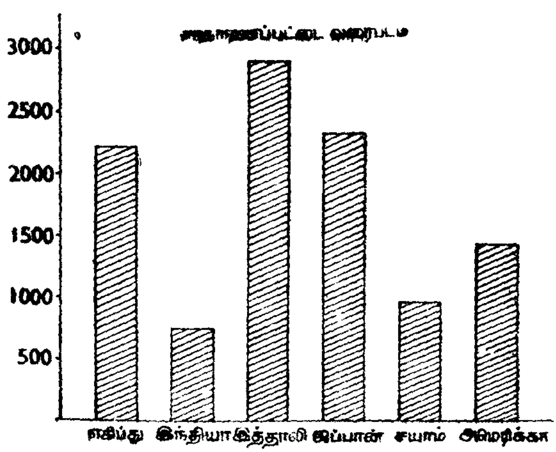
படம் 8

மாதிரி 462

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1938-39ஆம் ஆண்டில் பல்வேறு நாடுகளின் விளைந்த அரிசியின் அளவைக் (பவுண்டில்) காட்டுகிறது. அதற்கேற்ற வரைபடம் ஒன்று வரைக.

நாடுகள்	ஓர் ஏக்கரில் விளைவு (பவுண்டில்)
எகிப்து	2,153
இந்தியா	728
இத்தாலி	2,903
ஜப்பான்	2,276
சயாம்	943
அமெரிக்கா	1,449

தீர்வு:



படம் 10

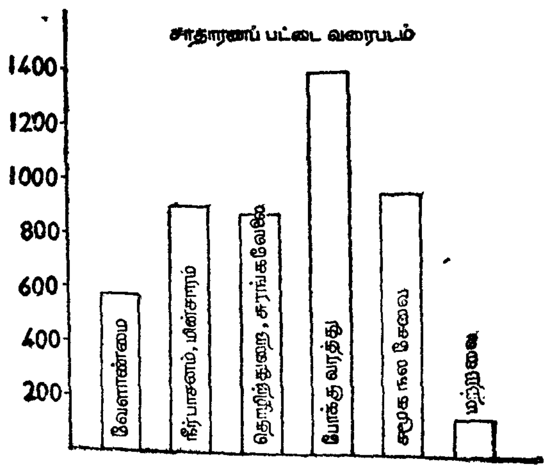
மாதிரி 463

பின் வரும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான வரைபடம் வரைக. இரண்டாவது ஐந்தாண்டுத் திட்டத்தில் பொதுத் துறையில் செய்யப்பட்ட முதலீடு:

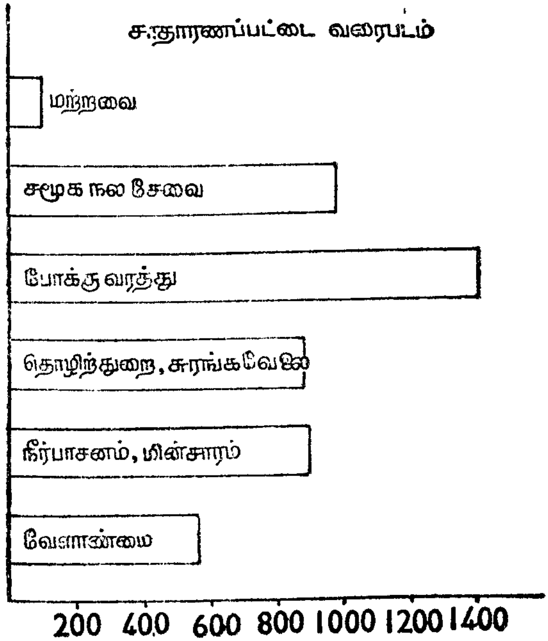
விவரம்	முதலீடு (கோடி ரூபாய்களில்)
வேளாண்மை	568
நீர்ப்பாசனம், மின்சாரம்	913
தொழிற்துறை, சுரங்கவேலை	890
போக்குவரத்து	1385
சமூகநல சேவை	945
மற்றவை	99
மொத்தம்	4800

(பி.ஏ.—மதுரை—1971)

தீர்வு:



படம் 11



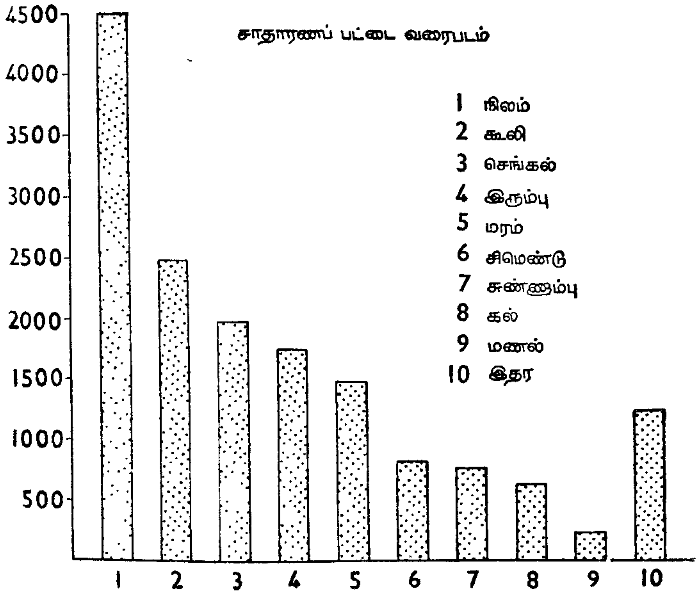
படம் 12

மாதிரி 464

கீழ்க் காணும் பட்டியல் அலகாபாத் நகரில் ஒரு வீடு கட்ட ஆகும் செலவு விவரங்களைத் தருகிறது. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு ஒரு பொருத்தமான வரை படம் வரைக.

நிலம்	4,500	சிமெண்டு	800
கூலி	2,500	சுண்ணாம்பு	800
செங்கல்	2,000	கல்	600
இரும்பு	1,800	மணல்	200
மரம்	1,500	இதர	1,300

(பி.காம்—அலகாபாத்—1941)

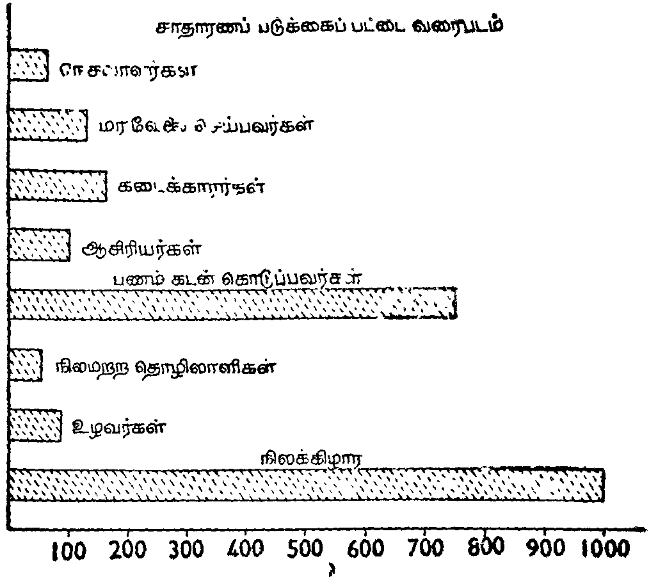


படம் 13

மாதிரி 465

கீழ்க்காணும் பட்டியல் உத்தரப் பிரதேசத்திலுள்ள ஒரு கிராமத்திலுள்ள குடும்பங்களின் எண்ணிக்கையையும், பல் வேறு வகுப்புகளின் வருமானத்தையும் தருகிறது. இப்புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான வரைபடம் மூலம் வரைந்து காட்டி, கிராமங்களின் பொருளாதார நிலையை விவரி.

மக்கள் பிரிவுகள்	1947-ல் வருமானம் (ரூபாய்களில்)
நிலக்கிழார்	1000
உழவர்கள்	80
நிலமற்ற தொழிலாளிகள்	40
பணம் கடன் கொடுப்பவர்கள்	750
ஆசிரியர்கள்	100
கடைக்காரர்கள்	150
மரவேலை செய்பவர்கள்	120
நெசவாளர்கள்	60



படம் 14

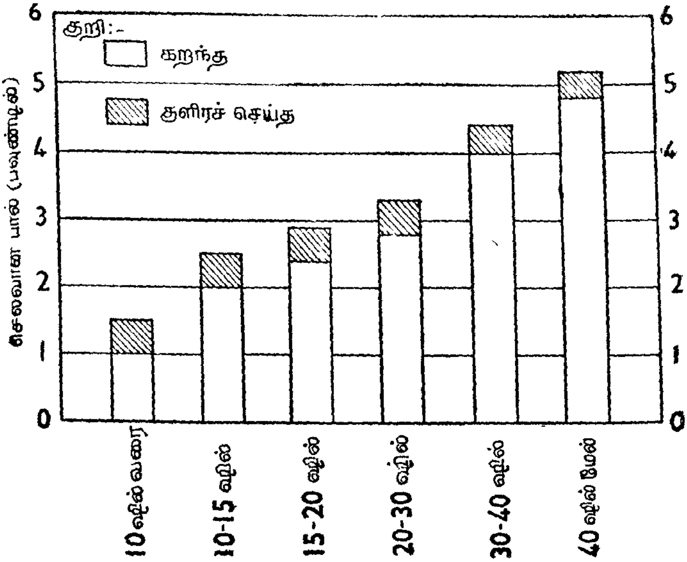
மாதிரி 4·6

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1936ஆம் ஆண்டில் இங்கிலாந்து நாட்டில் ஒரு நபருக்கு ஒரு வாரத்திற்குச் செலவாகும் பால் அளவைத் தருகிறது:

வாரத்திற்கு ஒரு நபரின் வருமானம்	கறந்த பால் (பவுண்டில்)	தெளிரச் செய்த பால்
10 ஷில்லிங்குகள் வரை	1·0	0·6
10 முதல் 15 ஷில்லிங் வரை	2·0	0·5
15 முதல் 20 ஷில்லிங் வரை	2·4	0·5
20 முதல் 30 ஷில்லிங் வரை	2·8	0·4
30 முதல் 40 ஷில்லிங் வரை	4·0	0·3
40 ஷில்லிங்குகளுக்கு மேல்	5·0	0·2

(பி காம்—ஆக்ரா—1946)

பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப்படம்



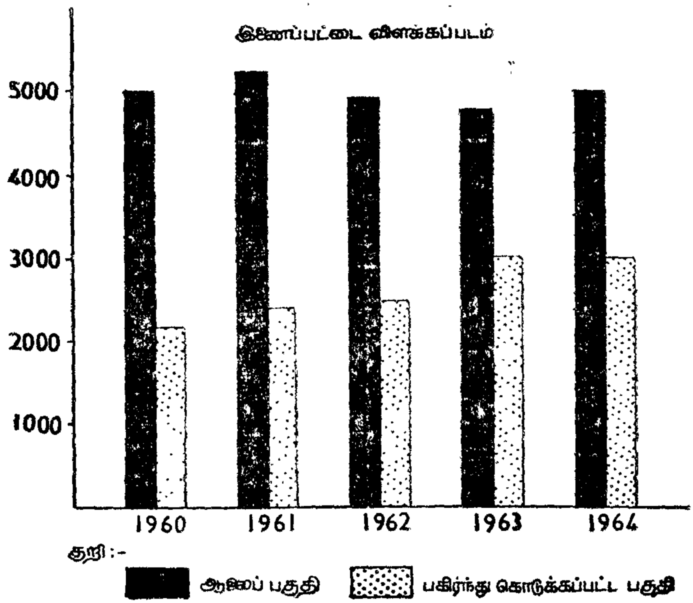
படம் 15

மாதிரி 467

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்தியாவின் ஆடை உற்பத்திகளின் (மில்லியன் கெஜங்களில்) புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான வரைபடத்தை வரைக.

ஆண்டு	ஆலைப் பகுதி	பகிர்ந்து கொடுக்கப்பட்ட பகுதி
1960	5048	2196
1961	5142	2592
1962	4987	2628
1963	4837	3144
1964	5055	3191

(பி. ஏ — சென்னை—1971)



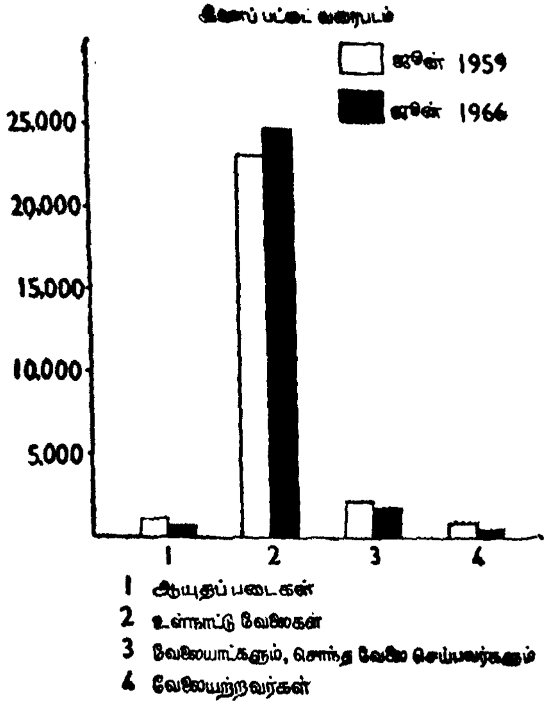
படம் 16

மாதிரி 468

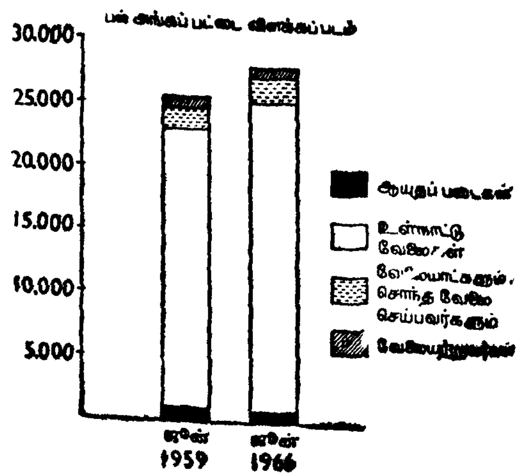
கீழ்க்காணும் பட்டியல் பிரிட்டன் நாட்டின் ஜூன் 1959, ஜூன் 1966 மாதங்களில் வேலை செய்யும் மக்கள் தொகையின் பரவலைத் தருகிறது. தகுந்த வரை படம் மூலம் கீழ்க் காணும் புள்ளி விவரங்களை எங்ஙனம் காட்டுவாய்?

வேலைகள்	ஜூன் 1959 (ஆயிரத்தில்)	ஜூன் 1966 (ஆயிரத்தில்)
ஆயுதப் படைகள்	565	417
உள் நாட்டு வேலைகள்	23,242	24,974
வேலையாட்களும், சொந்த வேலை செய்பவர்களும்	1,677	1,673
வேலையற்றவர்கள்	389	253

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1971)


இணைப் பட்டை வரைபடம்
ஜூன் 1959
ஜூன் 1966
25,000
20,000
15,000
10,000
5,000
1
2
3
4
1 ஆயுதப் படைகள்
2 உள்நாட்டு வேலைகள்
3 வேலையாட்களும், சொந்த வேலை செய்பவர்களும்
4 வேலையற்றவர்கள்

படம் 17


பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப்படம்
30,000
25,000
20,000
15,000
10,000
5,000
ஆயுதப் படைகள்
உள்நாட்டு
வேலைகள்
சொந்த வேலை
செய்பவர்களும்
ஜூன்
1959
ஜூன்
1966

படம் 18

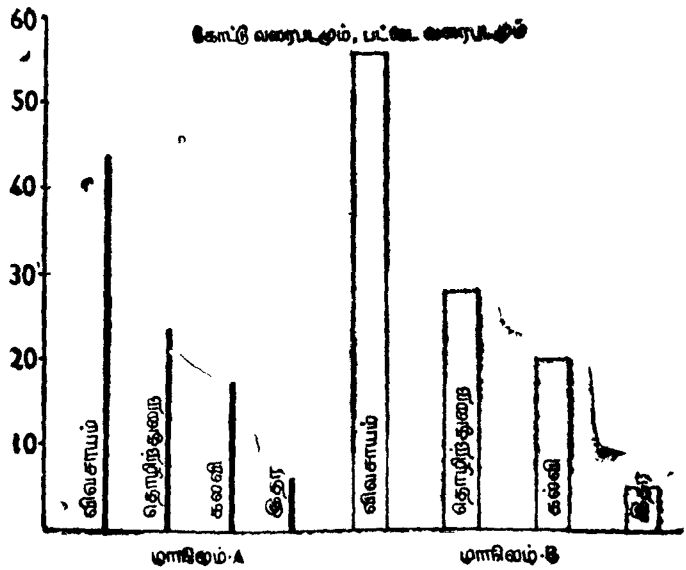
மாதிரி 439

கீழ்க் காணும் பட்டியல் இரண்டு மாநிலங்களின் முக்கிய தலைமைப் பிரிவுகளின் திட்ட மதிப்பீட்டைத் தருகிறது. இப்புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான வரைபடங்கள் மூலம் விளக்கு.

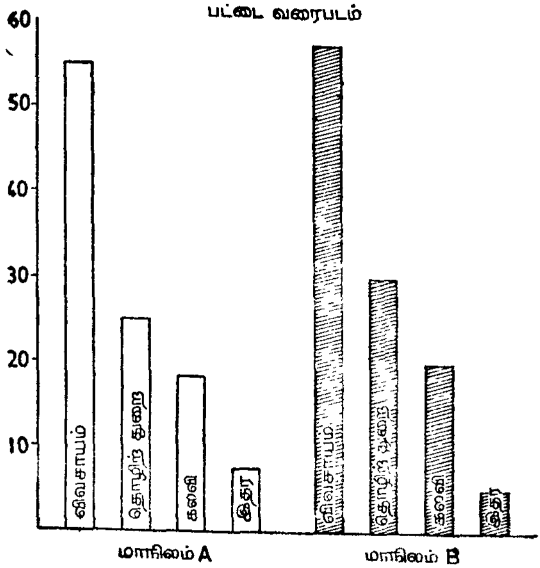
முக்கியச் செலவுப் பிரிவுகள்	மாநிலம் A	மாநிலம் B
விவசாயம்	54	58
தொழில் துறை	23	29
கல்வி	18	20
இதர	5	3

(பி. எஸ்ஸி.—சென்னை—1971)

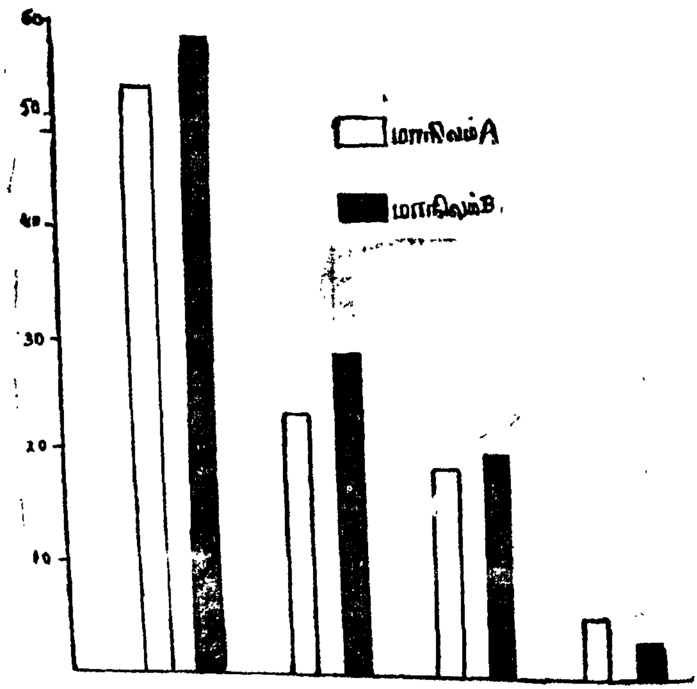
தீர்வு :



படம் 10

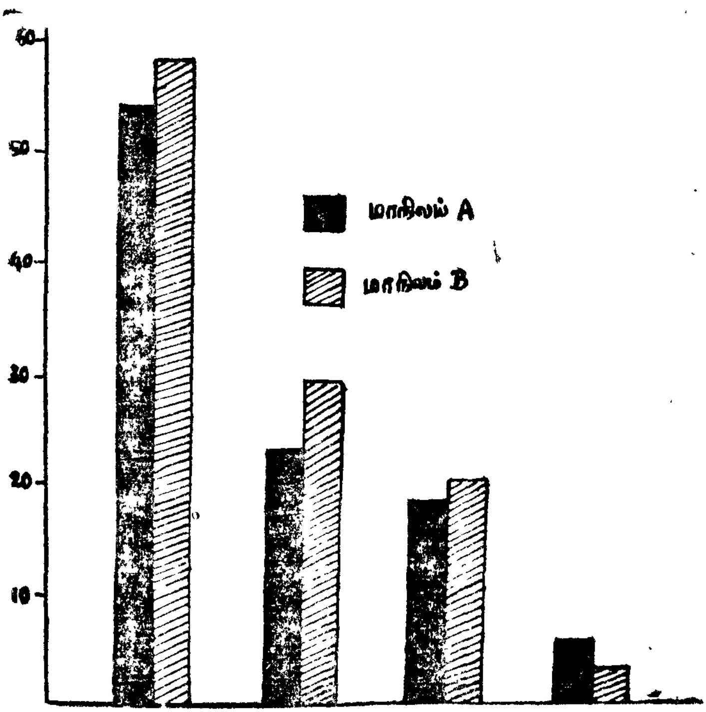

பட்டை வரைபடம்
60
50
40
30
20
10
விவசாயம்
தொழிற் துறை
கலை
இதர
மாநிலம் A
மாநிலம் B

படம் 20

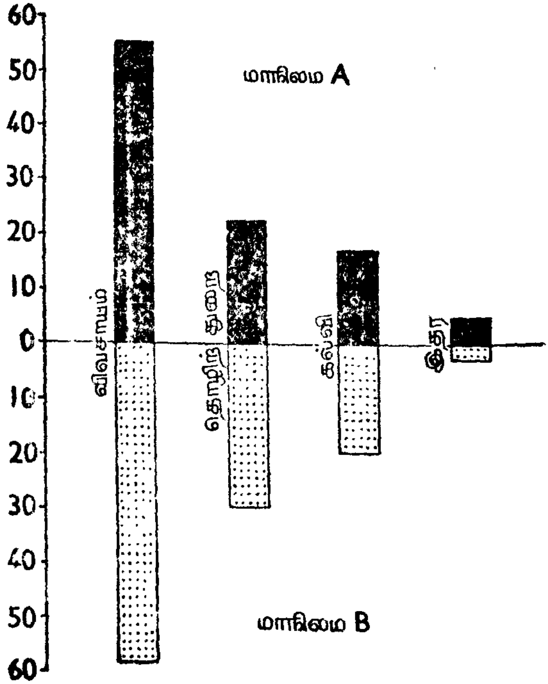

60
50
30
10
மாநிலம் A
மாநிலம் B

படம் 21

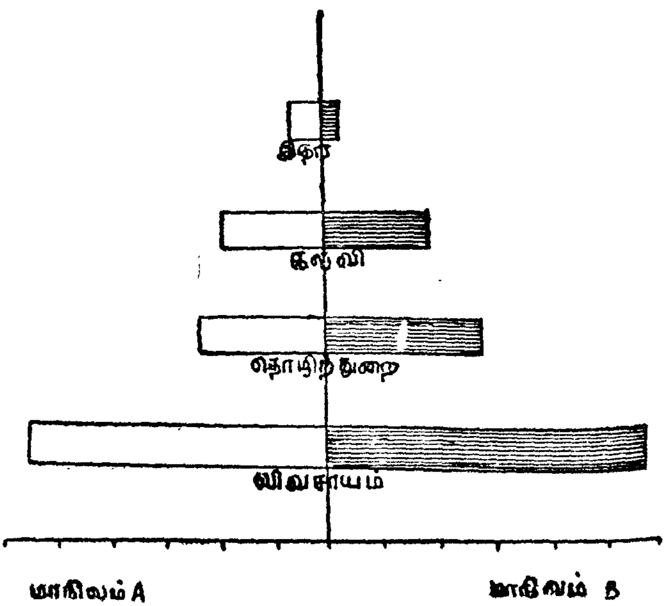
இணைபட்டை வரைபடம்



படம் 22

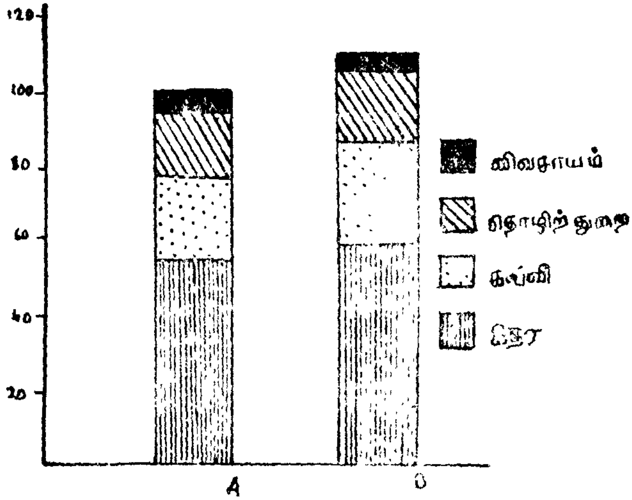

60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
மாநிலம் A
மாநிலம் B
விவசாயம்
தொழிற் துறை
கல்வி
இதர

படம் 23


இதர
கல்வி
தொழிற் துறை
விவசாயம்
மாநிலம் A
மாநிலம் B

படம் 24

பல் அங்கப் பட்டை வரைபடம்



படம் 26

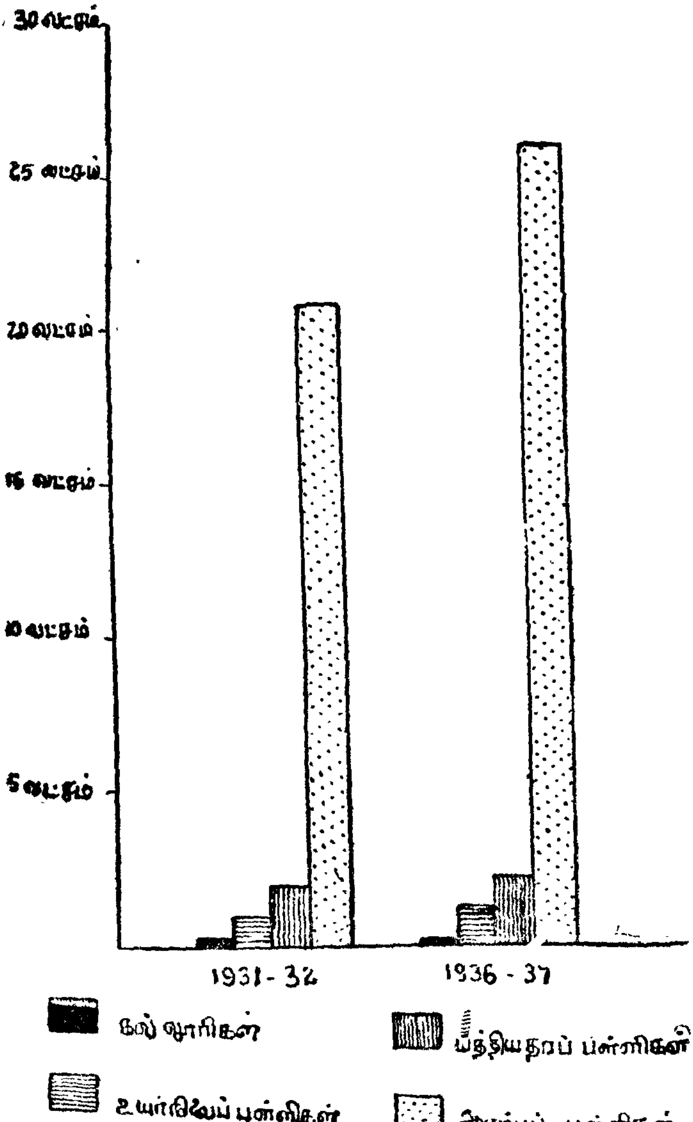
மாதிரி 470

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு பொருத்தமான வரை படம் வரைக :

கல்வி நிறுவன வகைகள்	மாணவர் எண்ணிக்கை	
	1931—32	1936—37
கல்லூரிகள்	3,760	6,830
உயர்நிலைப் பள்ளிகள்	86,880	1,43,990
மத்தியதரப் பள்ளிகள்	1,80,910	2,26,150
ஆரம்பப் பள்ளிகள்	20,81,530	26,05,080

(பி.காம்.—சென்னை)

இணைப்பட்டை வரைபடம்



படம் 26

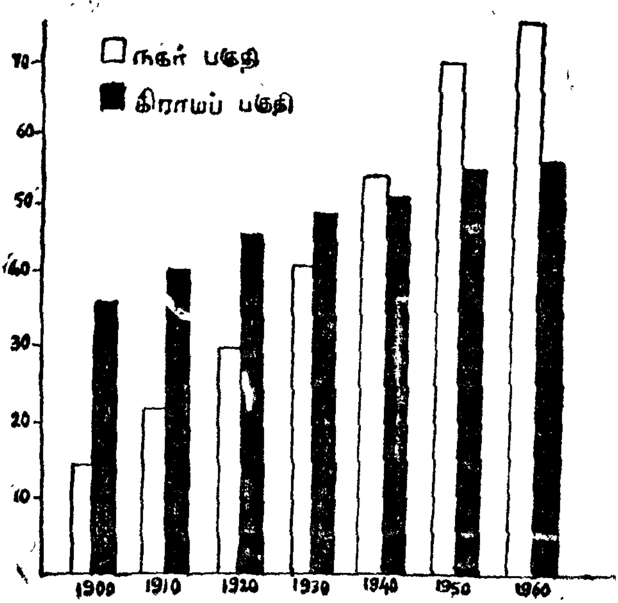
மாதிரி 471

பின்வரும் புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டு ஒரு நாட்டு மக்கள் கிராமப் பகுதிகளிலிருந்து நகரப் பகுதிகளுக்குச் சென்று குடியேறுவதை ஒரு வரைபடம் கொண்டு விளக்குக. வரைபடத்தைப் பற்றி உங்கள் கருத்துகளைக் குறிப்பாகக் கூறுக.

ஆண்டு	மக்கள்	
	நகர்ப் பகுதி	கிராமப் பகுதி
1900	14	36
1910	22	41
1920	30	46
1930	42	49
1940	54	51
1950	69	54
1960	75	56

(பி. ஏ.—மதுரை—1972)

இணைப் பட்டை விளக்கப் படம்



படம் 27

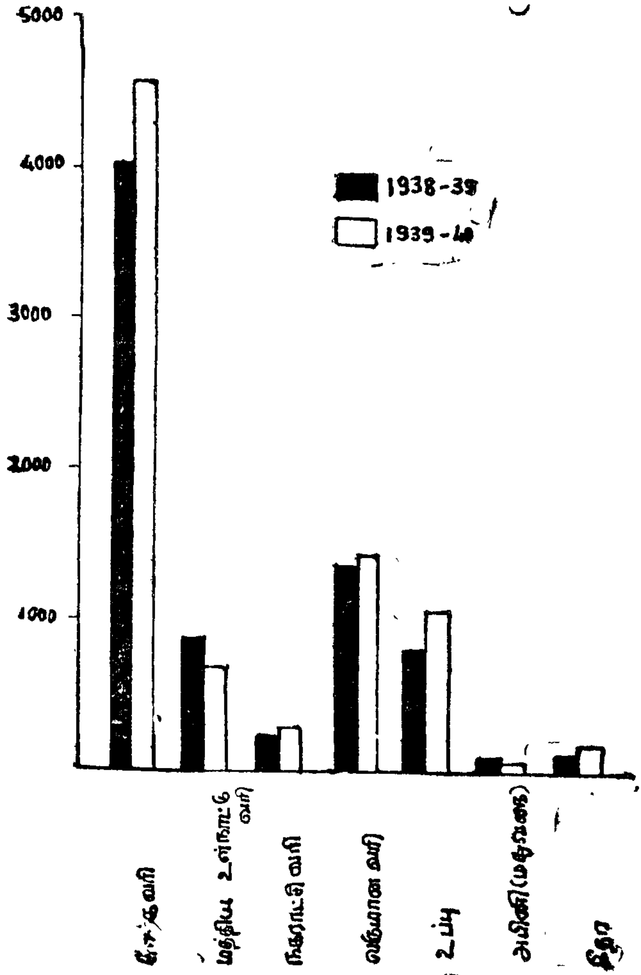
மாதிரி 472

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான வரைபடம் வரைக:

வருவாய்த் துறை	1938—39 (லட்ச ரூபாயில்)	1939—40 (லட்ச ரூபாயில்)
சுங்க வரி	4050	4588
மத்திய உள்நாட்டு வரி	868	652
நகராட்சி வரி	204	238
வருமான வரி	1374	1420
உப்பு	812	1080
அபினி (மது வகை)	50	46
இதர	112	130

(பி. காம்.—நாகபுரி—1943)

இணைப் பட்டை விளக்கப்படம்



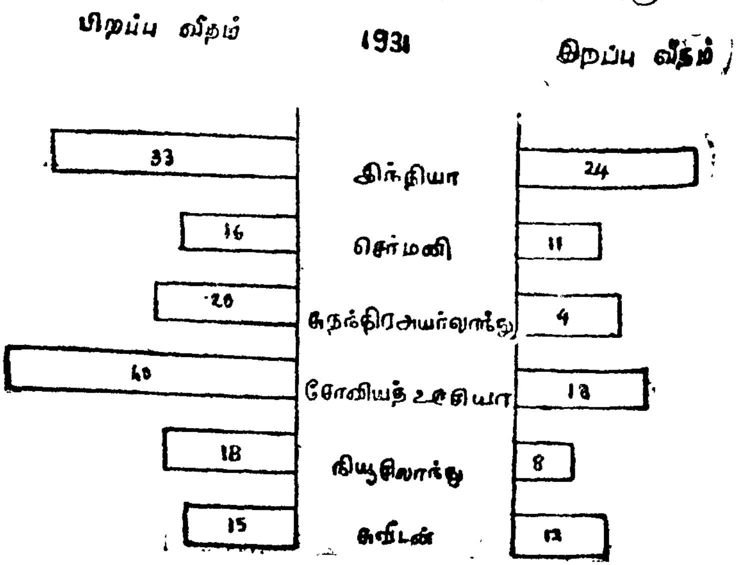
படம் 28

மாதிரி 473

கீழ்க்காணும் பட்டியல் உலகிலுள்ள சில நாடுகளின் 1931-ஆம் ஆண்டின் பிறப்பு இறப்பு விதங்களைத் தருகிறது. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஜோடிப் பட்டை வரைபடம் வரையவும்.

நாடுகள்	பிறப்பு விதம்	இறப்பு விதம்
இந்தியா	33	24
ஜெர்மனி	16	11
சுதந்திர அயர்லாந்து	20	14
சோவியத் ருசியா	40	18
நியூசிலாந்து	18	8
சுவீடன்	15	12

(பி. காம்.—லக்னோ—1938)



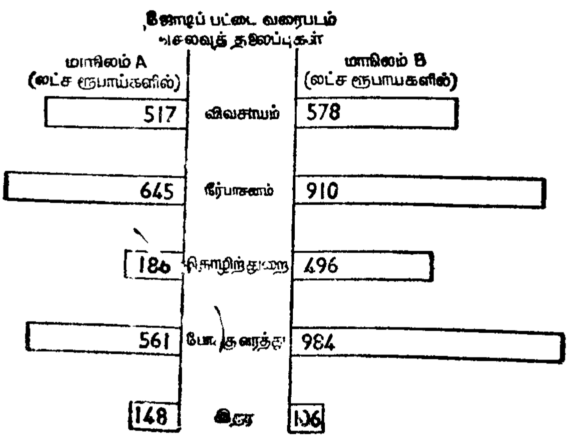
படம் 29

மாதிரி 474

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான பட்டை வரைபடம் வரைந்து காட்டுக.

செலவுத் தலைப்புகள்	மாநிலம் *A* (லட்ச ரூபாய்களில்)	மாநிலம் *B* (லட்ச ரூபாய்களில்)
விவசாயம்	517	578
நீர்ப்பாசனம்	645	910
தொழில் துறை	186	496
போக்குவரத்து	561	984
இதர	148	106

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1969)



படம் 30

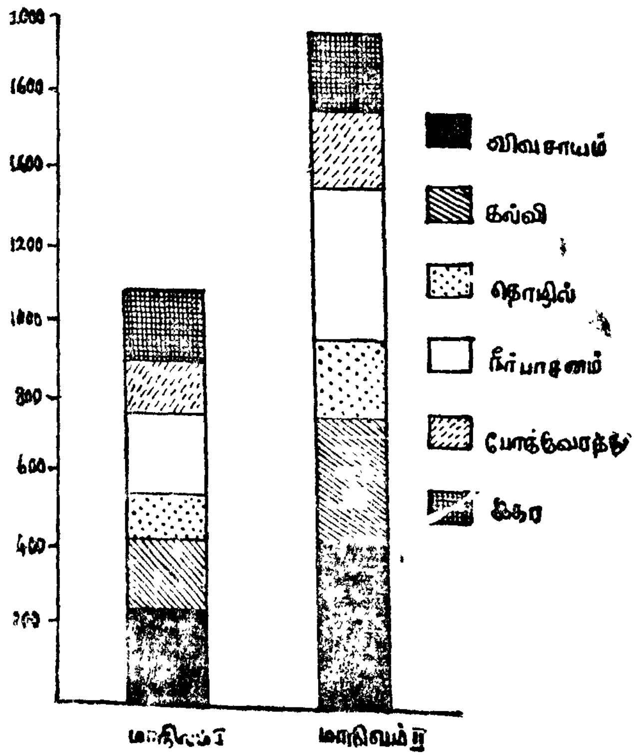
மாதிரி 475

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான பட்டை வரைபடம் மூலம் வரைந்து விளக்கு.

செலவுத் தலைப்புகள்	செலவு (லட்ச ரூபாயில்)	
	மாநிலம் I	மாநிலம் II
விவசாயம்	248	439
கல்வி	187	325
தொழில்	115	217
நீர்ப்பாசனம்	213	338
போக்குவரத்து	145	197
இதர	189	214

(பி.எஸ்ஸி. — சென்னை — 1972)

பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப்படம்



படம் 31

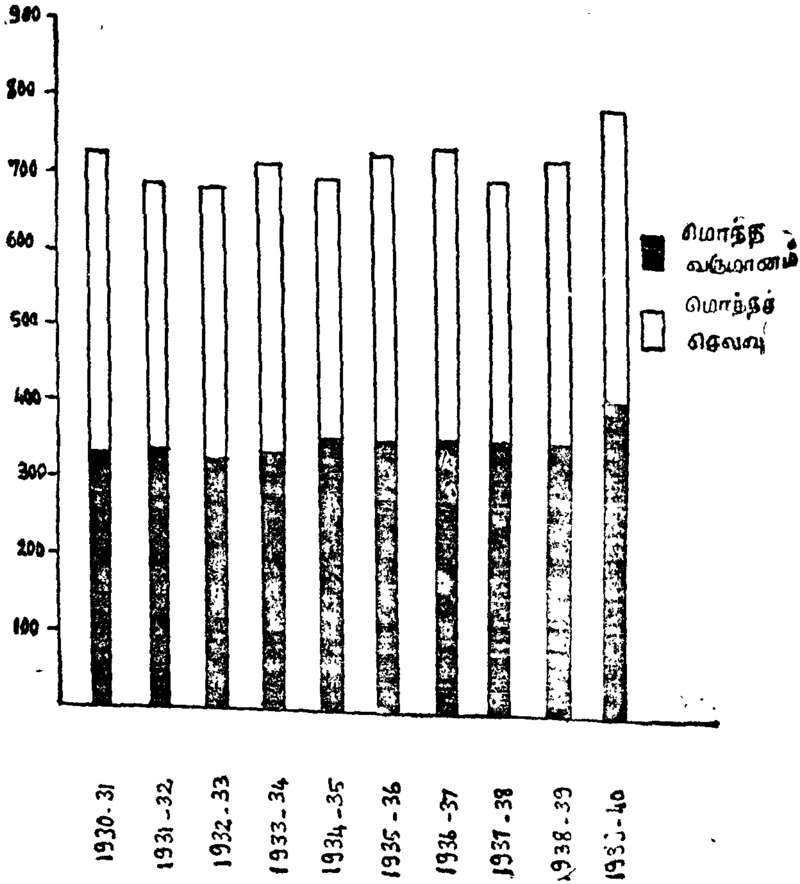
மாதிரி 476

கீழ்க்காணும் பட்டியல் இந்திய தந்தித் துறையின் வருமானத்தையும் செலவுத் தொகையையும் கொடுக்கிறது. கூட்டுப் பட்டை வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

ஆண்டு	மொத்த வருமானம் (லட்சத்தில்)	மொத்தச் செலவுத் தொகை (லட்சத்தில்)
1930 — 31	327	398
1931 — 32	328	370
1932 — 33	323	359
1933 — 34	340	380
1934 — 35	360	346
1935 — 36	357	378
1936 — 37	365	378
1937 — 38	356	347
1938 — 39	355	371
1939 — 40	417	381

(பி.காம்.—சென்னை)

பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப்படம்.



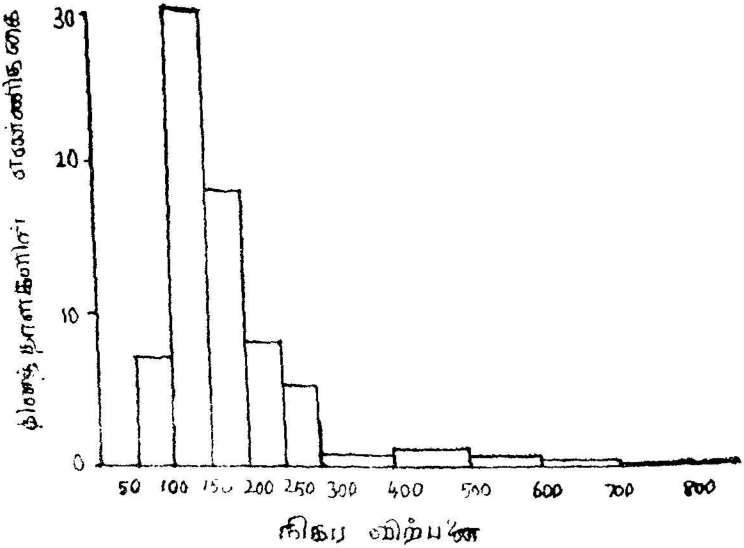
படம் 32

மாதிரி (477)

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கும் பொருத்தமான வரைபடம் வரைக

மாநிலம்	பால்	சமூக நிலை			மொத்த மக்கள் தொகை
		மணமாகாதவர்கள்	மணமானவர்கள்	விதவைகள்	
சென்னை	ஆண்	1,21,49,093	1,00,10,551	9,23,350	2,30,82,999
	பெண்	89,23,018	1,05,20,571	42,13,519	2,36,57,108
ஹைதராபாத்	ஆண்	31,24,066	38,78,365	3,67,582	73,70,010
	பெண்	31,99,822	37,63,422	11,02,894	70,66,138
சென்னை மாநிலங்கள்	ஆண்	19,64,207	13,62,436	1,03,828	33,73,032
	பெண்	15,82,410	13,18,017	4,36,606	33,81,452
மைசூர்	ஆண்	18,66,180	13,18,017	1,69,766	35,53,693
	பெண்	12,95,533	13,39,597	5,68,209	22,03,339

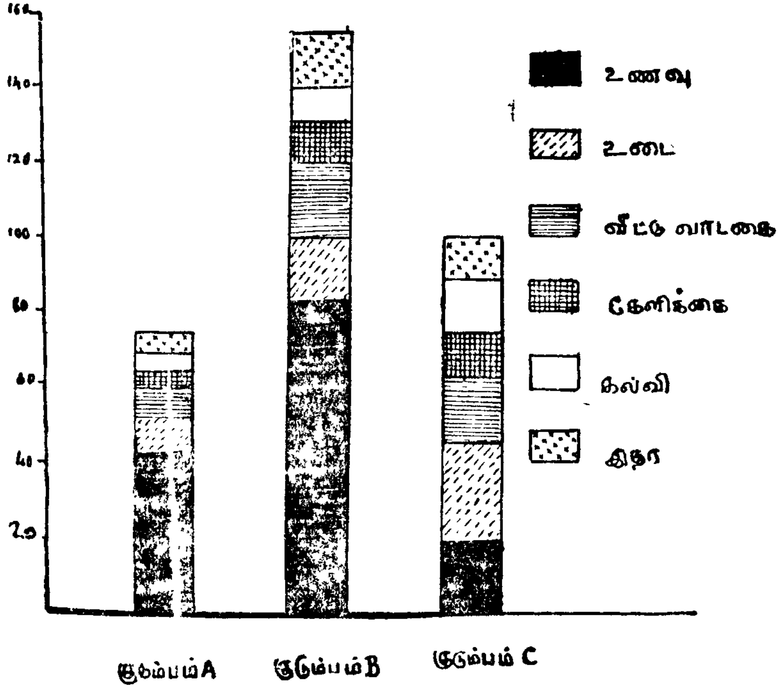
(பி. காம்.—சென்னை)



படம் 107

குவி அலைவெண் பட்டியல்:

நிகர விற்பனை (ஆயிரத்தில்)	தினத்தாள்களின் எண்ணிக்கை f	cf
50—99	7	7
100—149	30	37
150—199	18	55
200—249	8	63
250—299	5	68
300—399	3	71
400—499	4	75
500—599	3	78
600—699	1	79
700—799	1	80

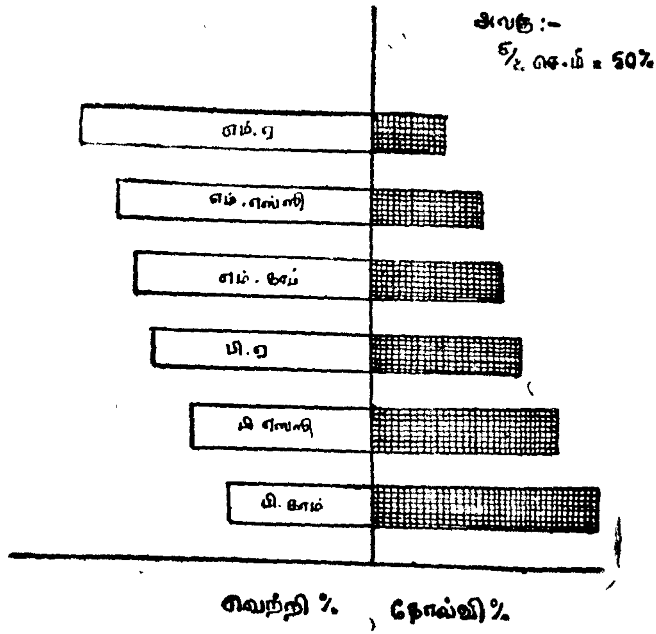


படம் 34

மாதிரி 479

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு கல்லூரியின் வெவ்வேறு வகுப்புகளின் மாணவர்களின் வெற்றி தோல்வி சதவீதங்களைத் தருகிறது. இவைகளுக்கு ஒரு நழுவும் பட்டை வரைபடம் வரையவும்.

வகுப்பு	வெற்றி %	தோல்வி %	மொத்தம்
எம். ஏ.	80	20	100
எம். எஸ்ஸி.	70	30	100
எம். காம்.	65	35	100
பி. ஏ.	60	40	100
பி. எஸ்ஸி.	50	50	100
பி. காம்.	40	60	100



படம் 85

மாதிரி 480

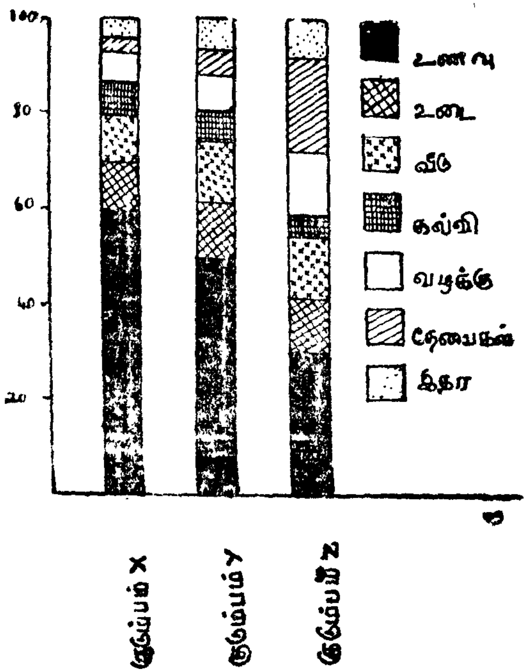
கீழ்க் காணும் பட்டியல் மூன்று குடும்பங்களின் மாதச் செலவு **விவரங்களைத்** தருகிறது. சதவீதப் பட்டை வரைபடம் வரையவும்.

செலவு விவரம்	குடும்பம் X (ரூபாய்)	குடும்பம் Y (ரூபாய்)	குடும்பம் Z (ரூபாய்)
உணவு	24	60	180
உடை	4	14	70
வீட்டு வாடகை	4	16	80
கல்வி	3	6	24
நீதி மன்றத்தில் வழக்கு	2	10	80
வழக்கமான தேவைகள்	1	6	120
இதர	2	8	46

(எம்.காம.—அலகாபாத்—1950)

செலவு விவரம்	குடும்பம் X		குடும்பம் Y		குடும்பம் Z	
	ரூபாய்	குவி சதவீதம்	ரூபாய்	குவி சதவீதம்	ரூபாய்	குவி சதவீதம்
உணவு	24	60	60	50	180	30
உடை	4	70	14	$61\frac{2}{3}$	70	$41\frac{2}{3}$
வீடு	4	80	16	75	80	55
கல்வி	3	87·5	6	80	24	59
வழக்கு	2	92·5	10	$88\frac{1}{3}$	80	$72\frac{1}{3}$
தேவைகள்	1	95	6	$93\frac{1}{3}$	120	$92\frac{1}{3}$
இதர	2	100	8	100	46	100
	40		120		600	

சதவிதப் பட்டை விளக்கப் படம்



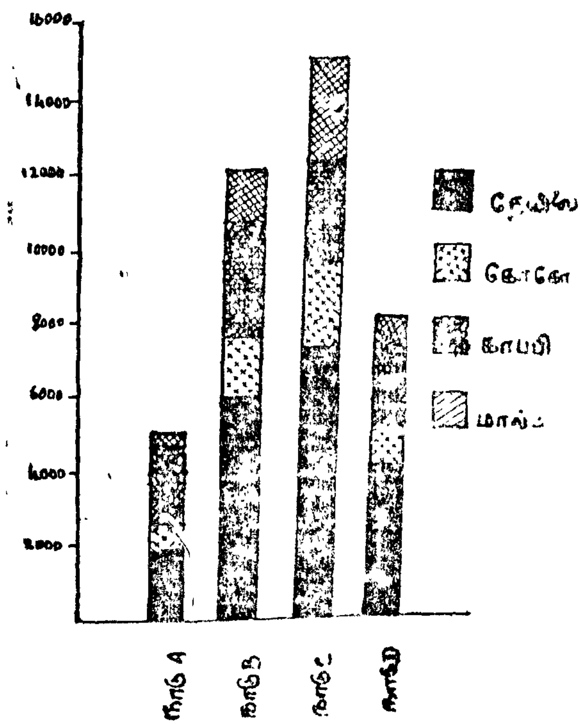
படம் 36

மாதிரி 481

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரம் பல்வேறு மாநிலங்கள் மாதம் தோறும் ஏற்றுமதி செய்யும் பானங்களின் அளவினைத் (கிலோ கிராமில்) தருகிறது. அதனை (a) காட்டுப் பட்டை விளக்கப் படங்களிலும் (b) சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படங்களிலும் அமைத்துக் காட்டுக.

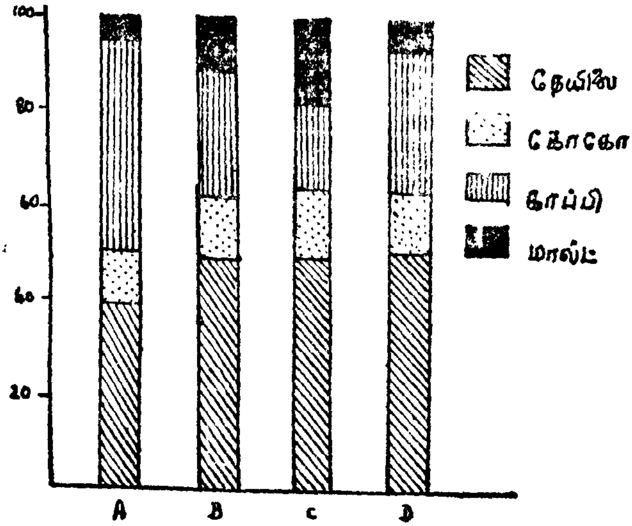
நாடுகள்	தேயிலை	கோகோ	காப்பி	மால்ட்
A	1970	570	2250	210
B	610	1590	3050	1350
C	7330	2300	2660	2710
D	4160	970	2340	530

பானங்கள்	A கிலோ	A குவி சதவீதம்	B கிலோ	B குவி சதவீதம்	C கிலோ	C குவி சதவீதம்	D கிலோ	D குவி சதவீதம்
தேயிலை	1970	39·4	6010	50·1	7330	48·9	4160	52·0
கோகோ	570	50·8	1590	63·3	2300	64·2	970	64·1
காப்பி	2250	95·8	3050	88·8	2660	89·9	2340	93·4
மால்ட்	210	100·0	1350	100·0	2710	100·0	530	100·0
	5,000		12,000		15,000		8,000	



படம் 37

சேர்வீதப் பட்டை விளக்கப் படம்.



படம் 38

மாதிரி 482

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான வரை படம் மூலம் விளக்குக.

தொழில் மூலம் தேச வருமானம் (நிகழ்வு விலைகள்)

வரிசை எண்	பிரிவு	1955-56 (100 கோடி ரூபாய்)	1959-60 (100 கோடி ரூபாய்)
1.	விவசாயம்	45·5	62·5
2.	சுரங்கம், கட்டுமானம், சிறிய நிறுவனங்கள்	16·3	21·9
3.	தொழில், போக்குவரத்து, வாங்கிகள்	15·6	20·7
4.	கலைகள், வேலைகள், சொந்த வேலை, அரசாங்க நிர்வாகம், வீட்டுமதிப்பு	15·5	19·4
	குடும்பப் பொருள்கள் மொத்தம	93·0	124·5
	வெளிநாட்டிலிருந்து ஈட்டிய வருமனம்	0·0	−0·2
	தேச மொத்த வருமானம	93·0	124 3

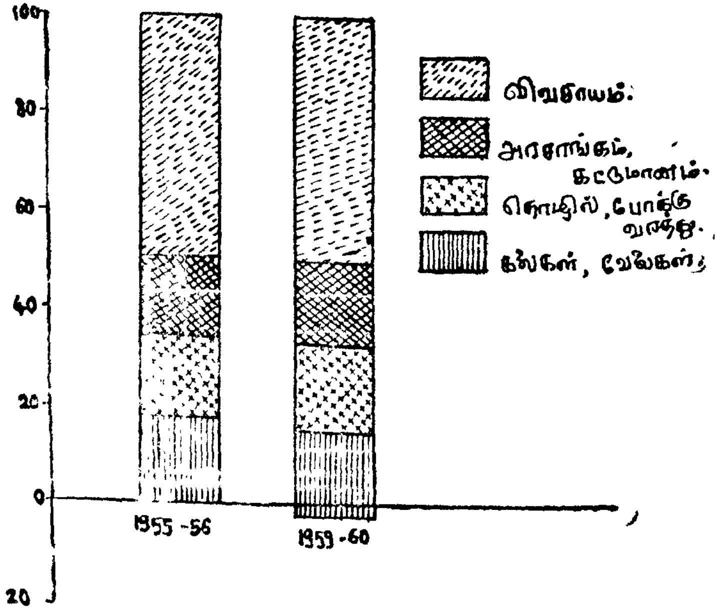
(பி.காம்.—ராஜஸ்தான்—1962)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை, சதவீத அடிப்படையின் கூட்டுப்பட்டை வரைபடமாக வரையலாம்.

விவரம்	வருமானம் (100 கோடி ரூபாய்) 1955-56	குவி சத விதம்	வருமானம் (100 கோடி ரூபாய்) 1959-60	குவி சத விதம்
விவசாயம்	49·6	49·0	52·5	50·2
அரசாங்கம், கட்டுமானம்...	16·3	66·5	21·9	67·8
தொழில், போக்குவரத்து...	13·6	83·3	20·7	84·6
கலைகள், வேலைகள்...	15·5	100·0	19·4	100·2
குடும்பப பொருள்கள் மொத்தம	93·0	100·0	124·5	100·2
வெளி நாட்டிலிருந்து ஈட்டிய மொத்த வருமானம	0·0	0·0	—0·2	0·2
தேச மொத்த வருமானம	93·0	100·0	124·3	100·0

சதவீதப் பட்டை விளக்கப்படம்



படம் 89

மாதிரி 483

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களை விளக்க, பட்டை விளக்கப் படம் வரைக.

நிலக்கரி உற்பத்தியும், உற்பத்திச் செலவும்.

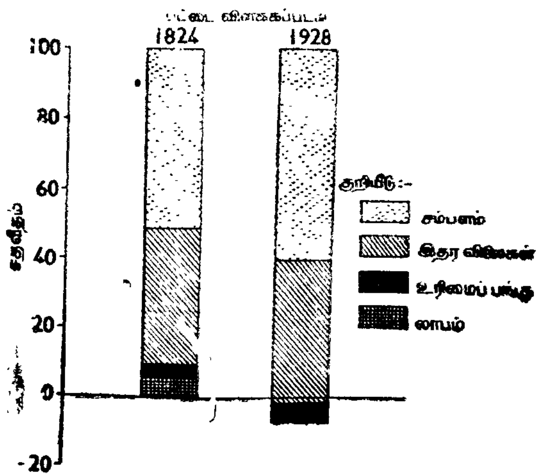
டன்னின் விலை	1924	1928
சம்பளம	12·74	7·95
மற்றைய விலைகள்	5·46	4·51
உரிமைப் பங்கு	0·56	0·50
	18·76	12·96
டன்னின் விற்பனைக்கு முந்தைய விலை	19·91	12·16
டன்னிற்கு இலாபம் (+); நட்டம் (−)	+1·15	−0 80

(எம். ஏ.—ஆக்ரா)

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட இப் புள்ளி விவரங்களைச் சதவீத அடிப்படையிலான கூட்டுப்பட்டை வரைபடமாக வரையலாம்.

டன்னின் விலை	1924		1928	
	ரூபாய்	%	ரூபாய்	%
சம்பளம்	12·74	64	7·95	65
இதர விலைகள்	5·46	27	4·51	37
உரிமைப் பங்கு	0·56	3	0·50	4
மொத்த விலை	18·76	94	12·96	106
டன்னின் விற்பனைக்கு முன்னைய விலை	19·91	100	12·16	100
இலாபம் (+); நட்டம் (−)	+1·15	+6	−0·80	−6



படம் 40

மாதிரி 484

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

தொழிற்சாலை	கூலி	கச்சாப் பொருள்	இலாபம்	உற்பத்தியாகிய உறுப்புகள்
A	ரூ. 2000	3000	1000	1000
B	ரூ. 1400	2400	1000	800

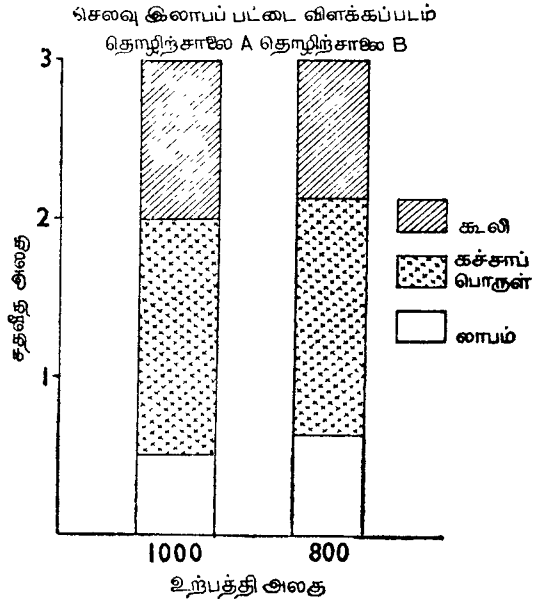
ஓர் உறுப்பின் அடக்கச் செலவு, இலாபம் முதலியவற்றையும் காட்டுக.

(பி. காம்.—ஆக்ரா—1952)

தீர்வு:

விவரம்	தொழிற்சாலை *A* ரூபாய்	தொழிற்சாலை *A* செவ்வகங்களின் உயரம்	தொழிற்சாலை *B* ரூபாய்	தொழிற்சாலை *B* செவ்வகங்களின் உயரம்
கூலி	2000	1·0"	1400	0·88"
கச்சாப்பொருள்	3000	1·5"	2400	1·5"
இலாபம்	1000	0·5"	1000	0·62"
மொத்தம்	6000	3"	4800	3"
ஓர் உறுப்பின் விலை	6		6	

உற்பத்தி செய்யப்பட்ட உறுப்புகளின் எண்ணிக்கைகளுக்குப் பொருந்திய விகிதத்தில செவ்வகங்களின் அடிமட்ட அகலம் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. அதாவது 10 : 8



படம் 41

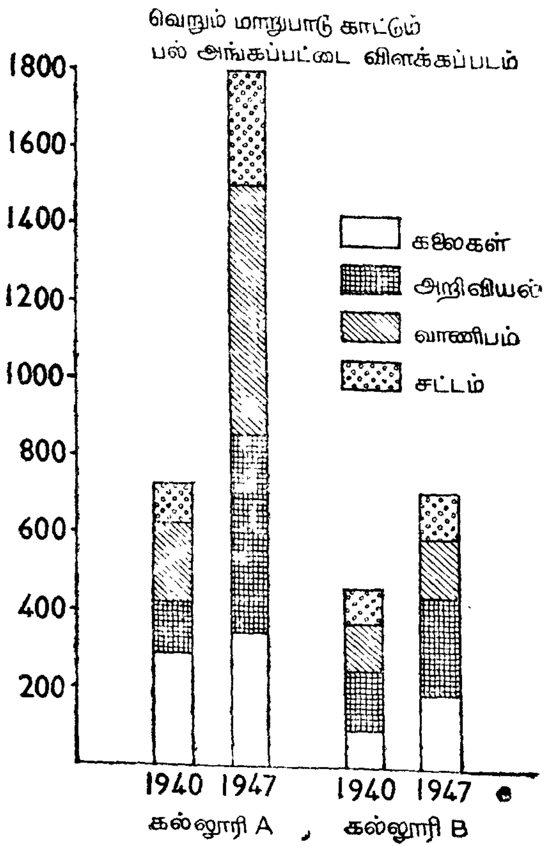
மாதிரி 485

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1940, 1947 ஆம் ஆண்டுகளில் *A*, *B* என்ற கல்லூரிகளில் படிக்கும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினைத் தருகிறது.

(i) வெறும் மாறுபாட்டையும் (ii) சார்பு மாறுபாட்டையும் பொருத்தமான வரைபடங்கள் மூலம் காட்டுக.

துறைகள்	*A*		*B*	
	1940	1947	1940	1947
கலைகள்	300	350	100	200
அறிவியல்	120	500	150	250
வாணிபம்	200	650	130	150
சட்டம்	100	300	100	120

(பி. காம் — ஆக்ரா — 1948)

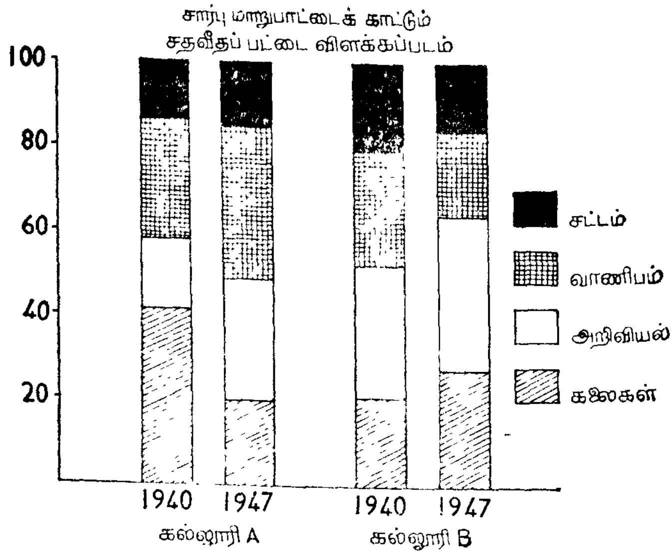


வெறும் மாறுபாடு காட்டும்
பல் அங்கப்பட்டை விளக்கப்படம்
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
கலைகள்
அறிவியல்
வாணிபம்
சட்டம்
1940 1947
1940 1947
கல்லூரி A
கல்லூரி B

படம் 42

(ii) சார்பு மாறுபாட்டை விளக்கும் வரைபடம் வரைதல் :

துறைகள்	கல்லூரி A				கல்லூரி B			
	1940		1947		1940		1947	
	எண்ணிக்கை	குவி சதவீதம்	எண்ணிக்கை	குவி சதவீதம்	எண்ணிக்கை	குவி சதவீதம்	எண்ணிக்கை	குவி சதவீதம்
கலைகள்	300	41·67	350	19·45	100	20·8	200	27·78
அறிவியல்	120	58·34	500	47·23	150	52·1	250	62·50
வாணிபம்	200	86·11	650	83·34	130	79·2	150	83·34
சட்டம்	100	100·00	300	100·00	100	100·0	120	100·00
மொத்தம்	720		1800		480		720	



படம் 13

மாதிரி 486

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்குச் சதவீதக் கூட்டுப் பட்டை விளக்கப்படம் வரைக.

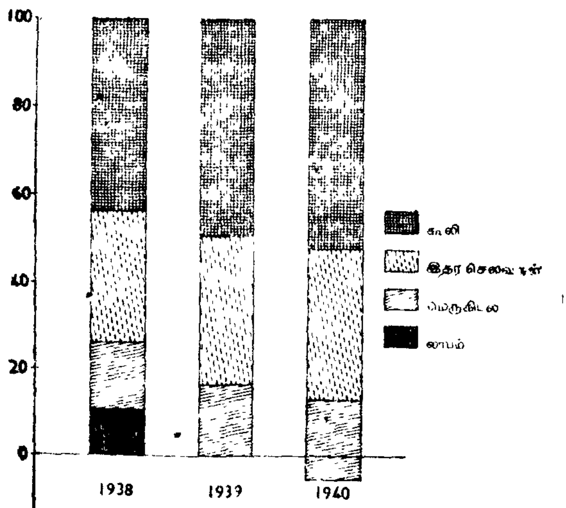
1938, 1939, 1940 ஆம் ஆண்டுகளில் ஒரு நாற்காலியின் - விலை, வெளியீடல் செலவு, இலாபம், நட்டம்.

விவரம்	1938	1939	1940
ஒரு நாற்காலியின் விலை			
கூலி	4·5	7·5	10·5
இதர செலவுகள்	3·0	5·1	7·0
மெருகிடல்	1·5	2·4	3·5
மொத்தச் செலவு	9·0	15·0	21·0
ஒரு நாற்காலின் வெளியீடல் செலவு	10·0	15·0	20 0
நாற்காலியின் — இலாபம் (+), நட்டம் (−) —	41·0	0·0	— 1·0

(பி. காம்.—ஆக்ரா—1948, 1956)

தொடர்வு

விவரம்	1938 ரூபாய்	1938 %	1939 ரூபாய்	1939 %	1940 ரூபாய்	1940 %
ஒரு நாற்காலியின் விலை						
கூலி	4·5	45	7·5	50	10 5	52 5
இதர செலவுகள்	3·0	30	5 1	34	7·0	35 0
மெருகிடல்	1·5	15	2·4	16	3·5	17 5
மொத்தச் செலவு	9·0	90	15	100	21·0	105·0
ஒரு நாற்காலியின் வெளியிடல் செலவு	10·0	100	15	100	20·0	100·0
இலாபம் (+) நாட்டம் (–)	+1·0	+10	–	–	–1·0	–5·0



சதவீதக் கூட்டு விளக்கப்படம்

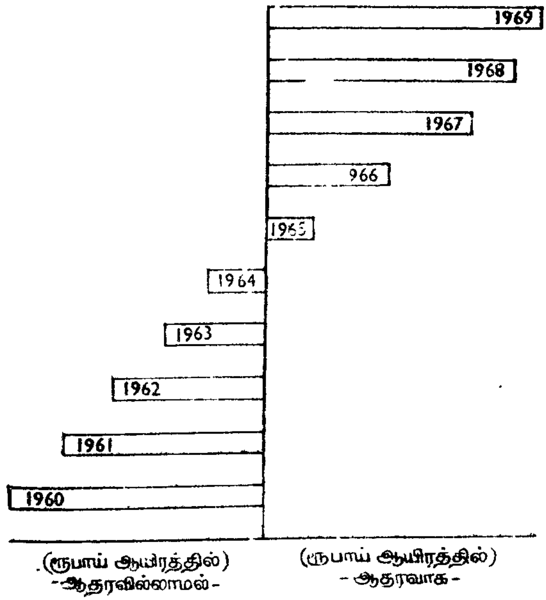
படம் 44

மாதிரி 487

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு நிறுவனத்தின் இரு பிரிவின் இலாப, நட்ட விவரங்களைத் தருகிறது. ஒரு விலக்க விளக்கப் படம் மூலம் நிகர இலாபத்தைக் காட்டுக.

ஆண்டு	நட்டம் (ஆயிரத்தில்)	இலாபம் (ஆயிரத்தில்)	நிகர இலாபம் (ஆயிரத்தில்)
1960	80	60	−20
1961	70	54	−16
1962	65	53	−12
1963	60	52	− 8
1964	52	48	− 4
1965	49	52	+ 3
1966	40	50	+10
1967	35	51	+16
1968	30	50	+20
1969	28	50	+22

நிகர இலாப விலக்க விளக்கப் படம்

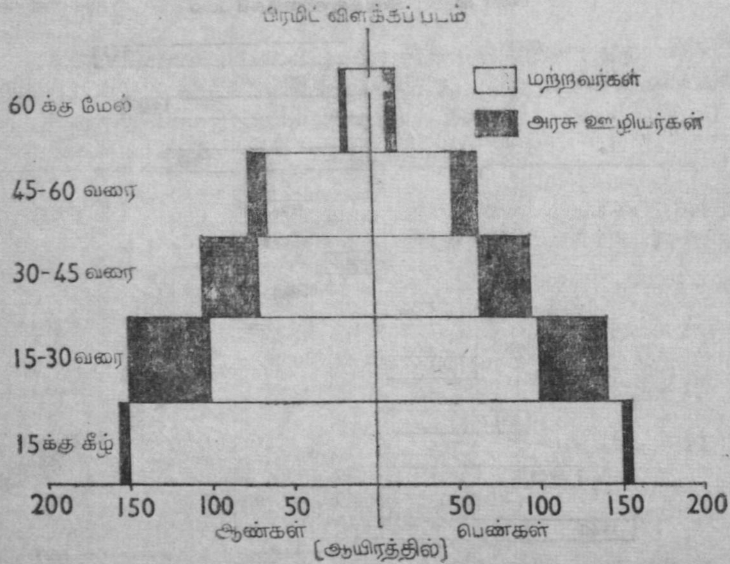


படம் 45

மாதிரி 488

கீழ்க்காணும் பட்டியல் *A*, *B* என்ற நகரங்களில் வசிப்பவர்களின் மொத்தத் தொகையையும் அரசாங்க உத்தியோகம் பார்ப்பவர்களின் எண்ணிக்கையையும் தருகிறது. பிரமிட் விளக்கப் படம் மூலம்விளக்குக.

வயதுப் பிரிவு	ஆண்கள் (ஆயிரத்தில்)		பெண்கள் (ஆயிரத்தில்)	
	மொத்தத் தொகை	அரசு உத்தியோகம் பார்ப்பவர்கள்	மொத்தத் தொகை	அரசு உத்தியோகம் பார்ப்பவர்கள்
15-க்குக் கீழ்	155	5	153	3
15—30	148	50	143	40
30—45	100	30	95	30
45—60	74	10	64	15
60-க்கு மேல்	15	1	10	2

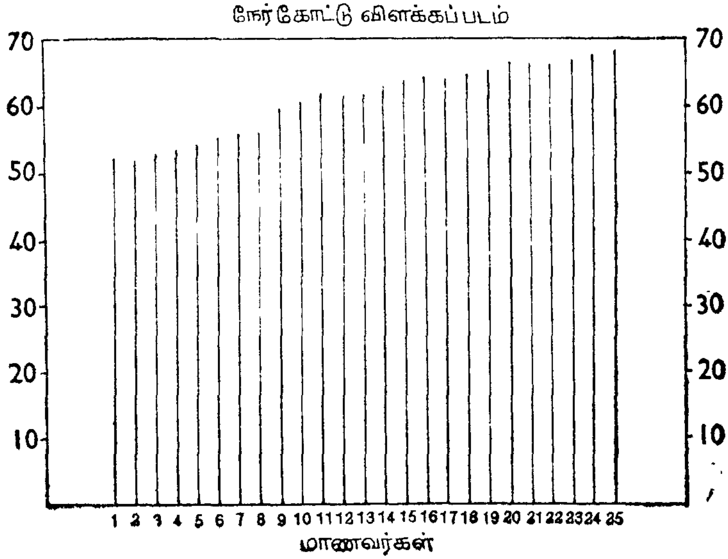


படம் 46

மாதிரி 489

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 25 எம். எஸ்ஸி. மாணவர்களின் எடைகளைத் தருகிறது ஒரு கோடு வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

வரிசை எண்	எடை (கி.கிராம்)	வரிசை எண்	எடை (கி.கிராம்)
1	50	14	60
2	50	15	61
3	51	16	61
4	52	17	61
5	52	18	63
6	52	19	63
7	53	20	64
8	53	21	65
9	53	22	65
10	59	23	65
11	59	24	67
12	60	25	68
13	60		



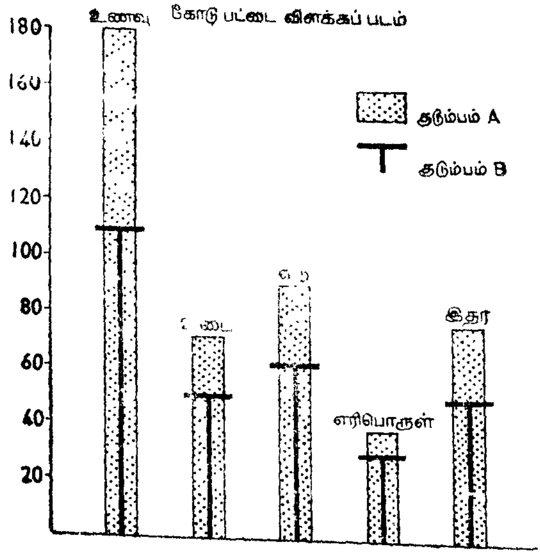
படம் 47

மாதிரி 490

பொருத்தமான வரைபடம் மூலம் கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களை விளக்குக. (கோடு பட்டை வரைபடம் வரைக) :

இரண்டு குடும்பங்களின் மாத வரவு செலவு

விவரம்	குடும்பம் *A* (ரூபாயில்)	குடும்பம் *B* (ரூபாயில்)
உணவு	180	110
உடை	70	50
வீட்டு வாடகை	90	60
எரிபொருள், ஒளி	35	30
இதர	75	50



படம் 48

மாதிரி 491

கீழ்க்காணும் பட்டியல் உலகின் வெவ்வேறு நாடுகளின் மக்கள் தொகைக் கணக்கைத் தருகிறது. பகுதிகளாகப் பிரிக்கப் பட்ட ஒரு வட்ட வரைபடம் வரை.

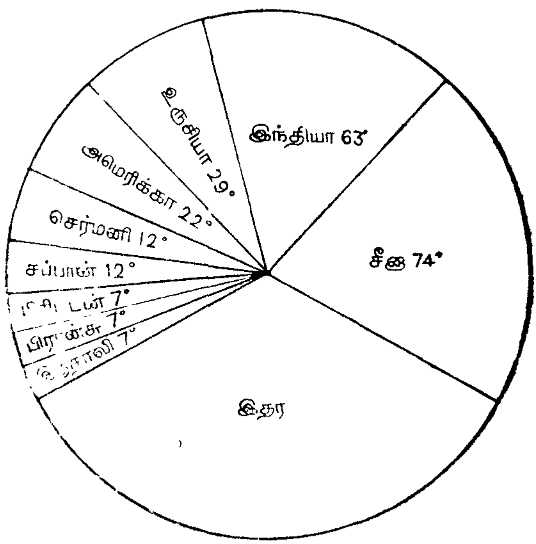
நாடுகள்	மக்கள் தொகை (000 நீக்கப்பட்டது)
சீனா	4,11,770
இந்தியா	3,52,370
சோவியத் நாடுகள்	1,61,000
அமெரிக்கா	1,24,070
செர்மனி	64,776
சப்பான்	64,700
பிரிட்டன்	46,077
பிரான்சு	41,860
இத்தாலி	41,000
இதர	7,05,077

(பி.காம்.—லக்னோ—1951; அலகாபாத்—1949)

தீர்வு:

நாடுகள்	மக்கள் தொகை (000,000 நீக்கப் பட்டது)	பிரிவுகளின் கோணங்கள் பாகைகள்
சீனு	412	74
இந்தியா	352	63
சோவியத் நாடுகள்	161	29
அமெரிக்கா	124	22
செர்மனி	65	12
சப்பான்	65	12
பிரிட்டன்	46	8
பிரான்சு	42	7
இத்தாலி	41	7
இதர	705	126
மொத்தம்	2013	360

வட்ட விளக்கப்படம்



படம் 49

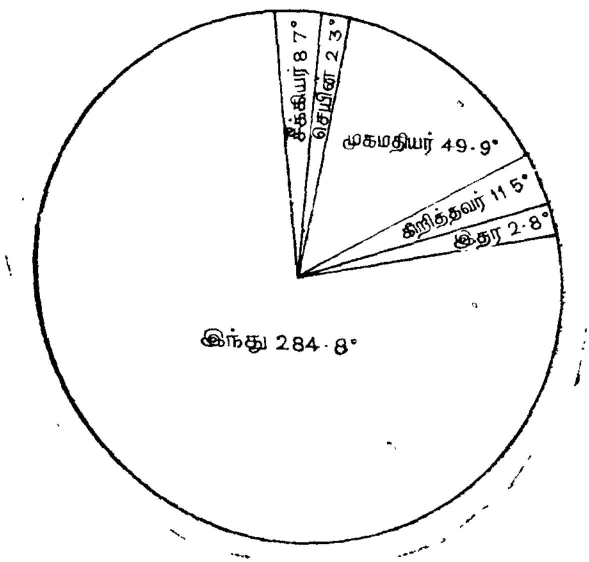
மாதிரி 492

கீழ் வரும் விவரங்களுக்கு ஒரு வட்ட வரைபடம் வரைந்து விளக்கு.

மதம்	மக்கள் (லட்சத்தில்)
இந்து	2031·9
சீக்கியர்	62·2
செயினர்	16·2
முகமதியர்	354·0
கிறித்தவர்	81·6
இதர	20·1

(எல்ஃ.கான்சு—ப. 326)

வட்ட விளக்கப் படம்



படம் 50

மதம்	மக்கள்	பிரிவுகளின் கோணங்கள் (பாகைகள்)
இந்து	2032	284·8
சீக்கியர்	62	8·7
செயினர்	16	2·3
முகமதியர்	354	49·9
கிறித்தவர்	82	11·5
இதர	20	2·8
	2566	360·0

மாதிரி 493

1950-51 ஆம் ஆண்டின் இந்திய ரயில்வேயின் நடப்புச் செலவுகளைக் கீழ்க்காணும் பட்டியலில் உள்ள விவரங்கள் தருகின்றன. ஒரு வட்ட வரைபடம் வரைந்து விளக்குக.

செலவுத் தலைப்புகள்	ரூபாய் (லட்சத்தில்)
(1) நிர்வாகம்	2,336
(2) பழுது பார்த்து ஈடு செய்தல்	5,711
(3) இதர	1,947
(4) வேலையாள் நலம்	311
(5) செயல் முறைச் செலவுகள்:	
(i) வேலையாட்கள் குமார	3,541
(ii) எரி பொருள்	3,072
(iii) மற்றவை	1,335
மொத்தம்	18,253

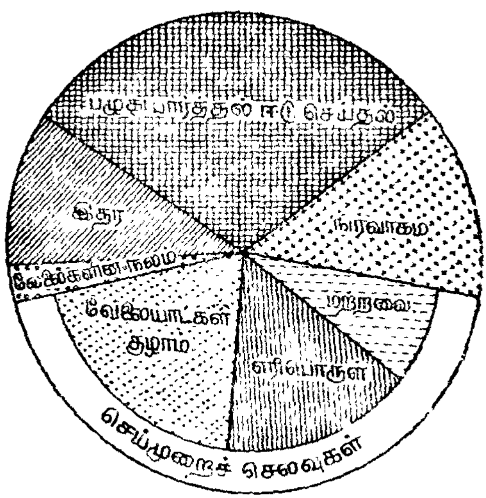
தீர்வு:

செலவுத் தலைப்புகள்	ரூபாய் (லட்சத்தில்)	கோணத்தின் பாகைகள்
(1) நிர்வாகம்	2 336	46°
(2) பழுது பார்த்து ஈடு செய்தல்	5,711	112°
(3) இதர	1,947	39°
(4) வேலையாள் நலம்	311	6°
(5) செயல் முறைச் செலவுகள்	7,948	157°
(i) வேலையாட்கள் குழாம்	3,541	70°
(ii) எரி பொருள்	3,072	60°
(iii) மற்றவை	1,335	27°
மொத்தம்	18,253	360°

இந்திய ரயில்வேயின் நடப்புச் செலவு

(1950 51)

வட்ட விளக்கப்படம்



படம் 51

மாதிரி 494

1951ஆம் ஆண்டில் நான்கு நாடுகளின் நிலக்கரி உற்பத்தியைக் கீழ்க்காணும் பட்டியல் தருகிறது:

(i) சதுர வரைபடம்

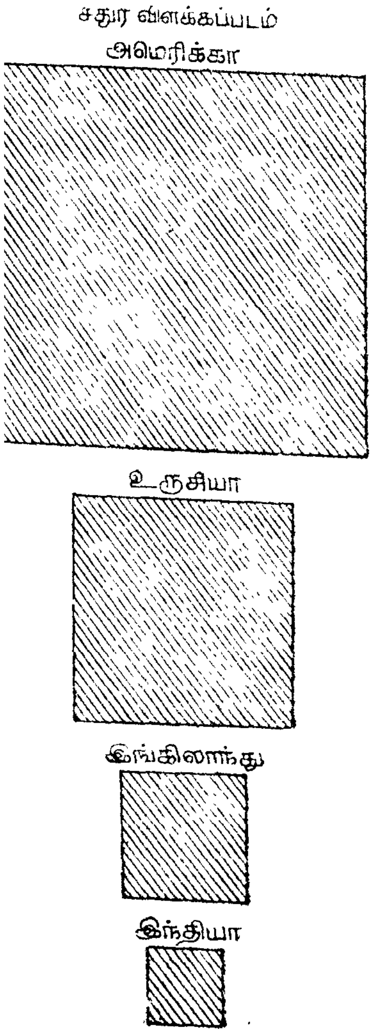
(ii) வட்ட வரைபடம்

ஆகியவை வரைந்து விளக்குக.

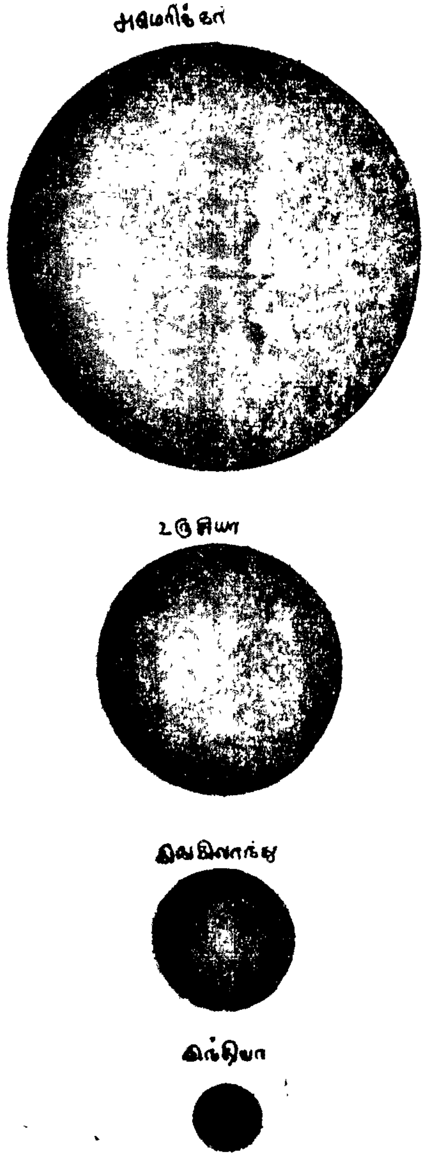
நாடுகள்	உற்பத்தி (00,00,000 டன்களில்)
அமெரிக்கா	130·1
உருசியா	44·0
இங்கிலாந்து	16·4
இந்தியா	3·3

தீர்வு:

நாடுகள்	உற்பத்தி (00,00,000 டன்கள்)	வர்க்க மூலம்	சதுரங்களின் பக்க அளவுகள் (அல்லது) வட்ட ஆர அளவு
அமெரிக்கா	130·1	11·40	5·7 செ.மீ.
உருசியா	44·0	6·63	3 32 செ.மீ.
இங்கிலாந்து	16·4	4·05	2·03 செ.மீ.
இந்தியா	3·3	1·82	0·91 செ.மீ.



படம் 52



படம் 53

மாதிரி 495

இந்திய யூனியனின் வெவ்வேறு மாநிலங்களில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட சர்க்கரையின் மதிப்பை, கீழ்க்காணும் பட்டியல் தருகிறது.

(i) சதுர வரைபடம்

(ii) வட்ட வரைபடம்

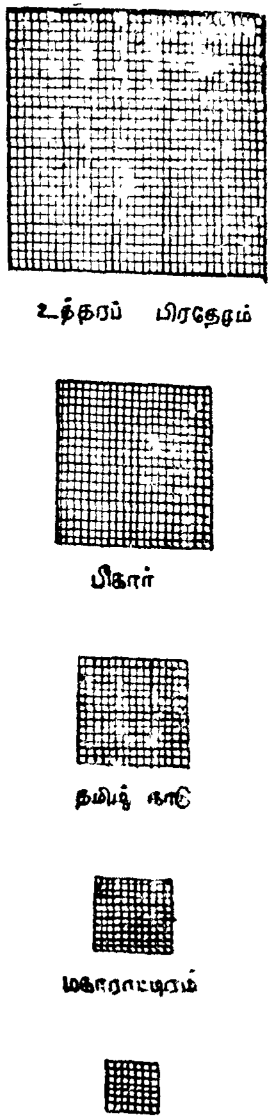
ஆகியவை வரைந்து விளக்குக.

மாநிலங்கள்	மதிப்பு (ரூபாய்களில்)
உத்தரப் பிரதேசம்	47,55,73,000
பீகார்	18,18,18,000
தமிழ் நாடு	7,57,76,000
மகாராட்டிரம்	4,01,01,000
இதர	1,97,17,000
மொத்தம்	79,29,85,000

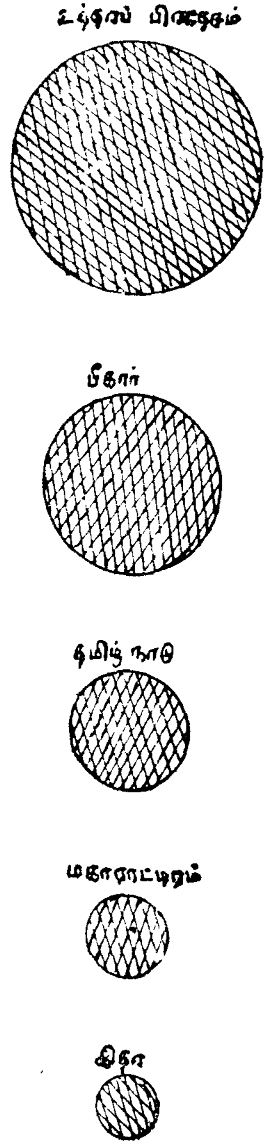
(எம்.ஏ.—ஆக்ரா—1954)

தீர்வு :

மாநிலங்கள்	மதிப்பு (கோடி ரூபாய்களில்)	வர்க்க மூலம்	சதுரங்களின் பக்க அளவுகள்	வட்ட ஆர அளவுகள்
உத்தரப் பிரதேசம்	48	6·93	3·47	1·735
பீகார்	18	4·24	2 12	1·06
தமிழ் நாடு	8	2 83	1·42	0·71
மகாராட்டிரம்	4	2·00	1 00	0·50
இதர	2	1·41	0·71	0·355


உத்தரப் பிரதேசம்
பீகார்
தமிழ் நாடு
மகாராட்டிரம்
கேரள

படம் 54


உத்தரப் பிரதேசம்
பீகார்
தமிழ் நாடு
மகாராட்டிரம்
கேரள

படம் 55

மாதிரி 496

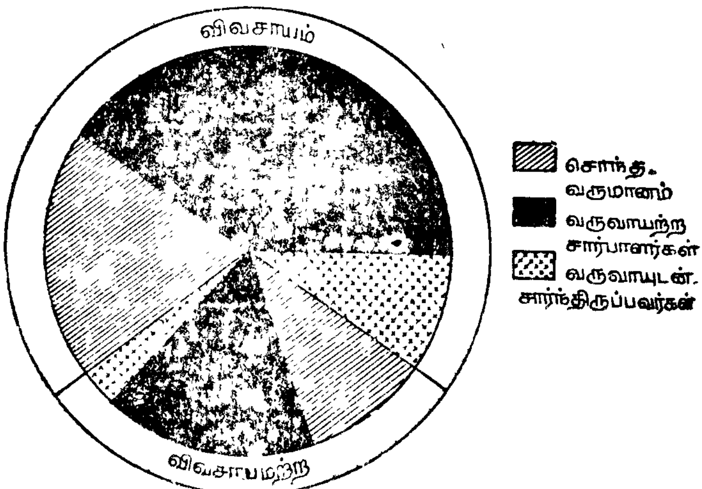
கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களை விளக்க, ஒரு வட்ட வரை படம் வரைக.

(லட்ச ரூபாய்களில்)

விவரம்	சொந்த வருமானம்	வருவாயற்றவர்கள்	வருவாயுடன் சார்ந்திருப்பவர்கள்	மொத்தம்
விவசாயம்	711	1459	310	2490
விவசாயமற்ற	334	673	69	1026
மொத்தம்	1045	2142	379	3566

(பி.காம்.—ராஜஸ்தான்—1959)

வட்ட விளக்கப்படம்



அளவு :-
1 சதுர அங்குலம் = 500 லட்சங்கள்

படம் 56

தீர்வு

விவரம்	மொத்தம் (லட்சத்தில்)	கோண அளவு (பாகைகள்)	சொந்த வருமானம் உடையவர்கள் (லட்சத்தில்)	கோண அளவு (பாகைகள்)	வருமான மற்ற சார்பாளர்கள் (லட்சத்தில்)	கோண அளவு (பாகைகள்)	வருவாயுடன் சார்பாளர்கள் (லட்சத்தில்)	கோண அளவு (பாகைகள்)
விவசாயம்	2490	250	711	70	1469	148	310	32
விவசாய மற்ற	1076	110	334	34	673	68	69	8
மொத்தம்	3566	360	1045	104	2142	216	379	40

இப் பட்டியலைக் முன்பக்கதில் உள்ள வட்ட வரைபடம் மூலம் விளக்கலாம்.

மாதிரி 497

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு வட்ட வரைபடங்கள் வரையவும்.

இடங்கள்	கடன்களைத் தீர்த்தல் (கோடி ரூபாய்களில்)	
	1940	1945
கல்கத்தா	1070	2670
பம்பாய்	829	2443
சென்னை	108	274
இதர	313	515

(பி.காம்.—ராஜஸ்தான்—1955)

தீர்வு:

இடங்கள்	1940		1945	
	மதிப்பு (கோடி ரூபாயில்)	கோணம் (பாகைகள்)	மதிப்பு (கோடி ரூபாயில்)	கோணம் (பாகைகள்)
கல்கத்தா	1070	166	2670	163
பம்பாய்	829	129	2443	149
சென்னை	108	17	274	17
இதர	313	48	515	31
மொத்தம்	2320	360	5902	360

2320–ன் வர்க்க மூலம் = 48·2

80-ஆல் வகுத்து வட்டத்தின் ஆரம் = 0·6" எனக் கொள்கிறோம்.

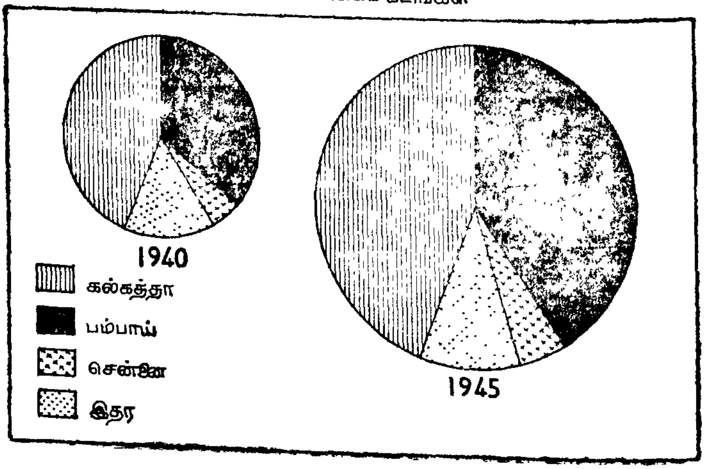
5902-ன் வர்க்க மூலம் = 76·7

80-ஆல் வகுத்து வட்டத்தின் ஆரம் = 0·96" எனக் கொள்கிறோம்.

அலகு = $\frac{22}{7} \times (0 \cdot 6)^2$ ச. அங். = 2320 கோடிகள்

ஆகவே, ஒரு சதுர அங்குலம் = 2048 கோடிகள் (தோராயமாக)

வட்ட விளக்கப் படங்கள்



படம் 57

மாதிரி 498

கீழ்க்காணும் பட்டியல் இந்தியாவின் இரண்டு ஐந்தாண்டுத் திட்டங்களின் முக்கிய வளர்ச்சிச் செலவுகளின் திட்டமிடப்பட்ட பரவலைத் தருகிறது. பொருத்தமான வரைபடங்கள் மூலம் விளக்குக.

செலவுத் தலைப்புகள்	முதல் திட்டம் (கோடி ரூபாய் களில்)	இரண்டாம் திட்டம் (கோடி ரூபாய் களில்)
விவசாயம், சமூக அபிவிருத்தி	357	568
நீர்ப்பாசனம், சக்தி	661	913
தொழில், சுரங்க வேலை	17)	890
போக்குவரத்து, செய்தித் தொடர்பு	557	1385
சமூக வேலைகள்	533	945
இதர	69	99
மொத்தம்	2356	4800

(பி.காம்.—ஆக்ரா—1958)

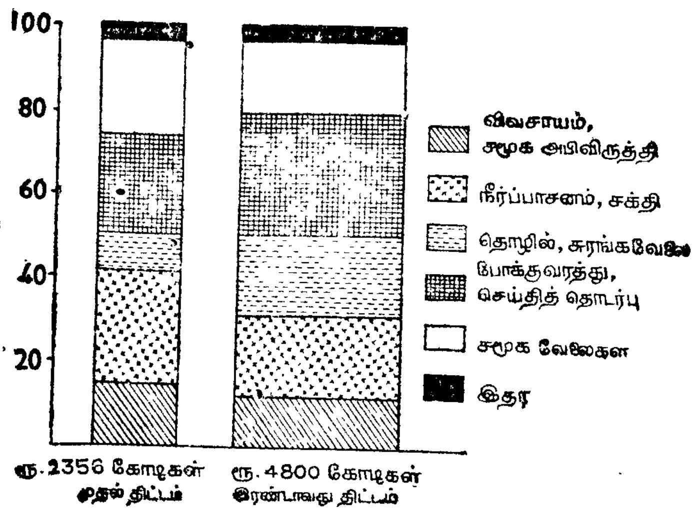
A **தீர்வு:**

சதவீதப் பட்டை வரைபடம் வரைதல் :

செலவுத் தலைப்புகள்	முதல் திட்டம்		இரண்டாம் திட்டம்	
	(ரூபாய் கோடியில்)	சதவீதம்	(ரூபாய் கோடியில்)	சதவீதம்
விவசாயம், சமூக அபிவிருத்தி	357	15·1	568	11·8
நீர்ப்பாசனம், சக்தி	651	28·1	913	19·0
தொழில், சுரங்க வேலை	179	7·6	890	18·5
போக்குவரத்து, செய்தித் தொடர்பு	557	23·6	1385	28·9
சமூக வேலைகள்	533	22·6	945	19·7
இதர	69	3·0	99	2·1
மொத்தம்	2356	100·0	4800	100·0

அலகு : ஒரு சதுர அங்குலம் = 1920 கோடி ரூபாய்கள்

சதவீதக் கூட்டுப் பட்டை விளக்கப்படம்



படம் 58

B. தீர்வு

வட்ட வரைபடம் வரைதல் :

2356-ன் வர்க்க மூலம் = 48·5

4800-ன் வர்க்க மூலம் = 69·3

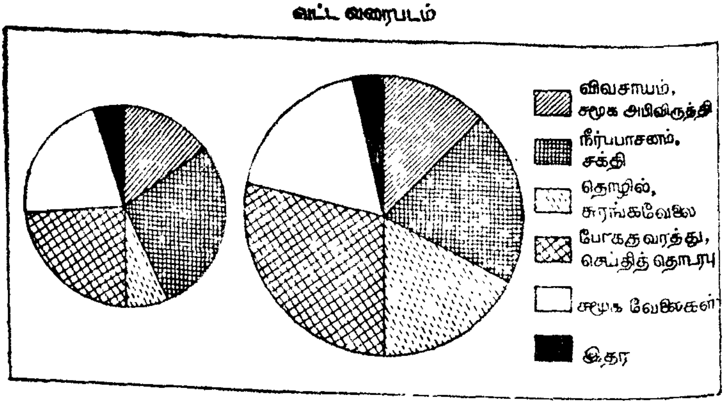
ஆகவே, 80ஆல் வகுத்து முதல் வட்டத்தின் ஆரம் = 0·6'' எனக் கொள்கிறோம்.

80 ஆல் வகுத்து இரண்டாம் வட்டத்தின் ஆரம் = 0·86'' எனக் கொள்கிறோம்.

அலகு : 1 ச. அங் = 2080 கோடி ரூபாய்கள் ($\frac{22}{7} \times (\cdot 6)^2 = 2356$)

செலவுத் தலைப்புகள்	முதல் திட்டம்		இரண்டாம் திட்டம்	
	ரூபாய் (கோடியில்)	கோணம் (பாகைகள்	ரூபாய் (கோடியில்)	கோணம் (பாகைகள்
விவசாயம், சமூக அபிவிருத்தி	357	55	568	43
நீர்ப்பாசனம், சக்தி	661	101	913	69
தொழில், சுரங்க வேலை	79	27	890	67
போக்குவரத்து, செய்தித் தொடர்பு	557	85	1385	103
சமூக வேலைகள்	533	81	945	71
	69	11	99	7
	2356	360	4800	360

வட்ட வரைபடம்



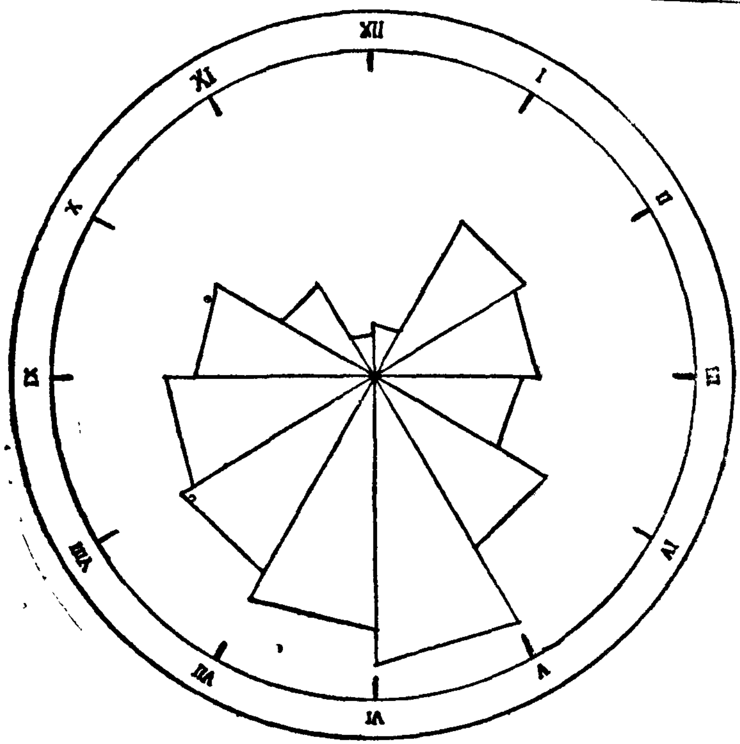
'படம் 49

மாதிரி 499

கீழ்க்காணும் பட்டியல் குறிப்பிட்ட நாளில் பகல் 1 மணியிலிருந்து இரவு 1 மணி வரை சென்னை அண்ணா சாலையில் கடந்து சென்ற பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையைத் தருகிறது. இப்புள்ளி விவரங்களைப் போலார் வரைபடம் மூலம் விளக்கு.

நேரம்	பகல் 1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7
பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை	250	230	200	280	400	350

நேரம்	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12	இரவு 12—1
பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை	310	290	250	150	60	70

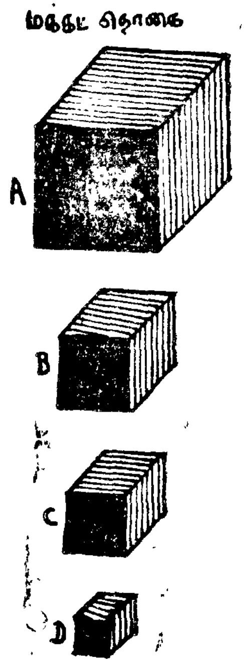


படம் 60

மாதிரி 500

கீழ்க்காணும் பட்டியல் சென்ற மக்கள் தொகைக் கணிப்பில் கணக்கிடப்பட்ட நான்கு நகர்களின் மக்கள் தொகையைத் தருகிறது. மூவளவு வரைபடம் வரைந்து விளக்கவும்.

மூவளவு [கன] வரைபடம்



நகரம்	மக்கள் தொகை
A	5,00,000
B	1,00,000
C	50,000
D	10,000

படம் 61

தீர்வு:

நகரம்	மக்கள் தொகை	மூவளவு வர்க்க மூலம்	எடுத்துக் கொண்ட சதுர பக்க அளவுகள்
A	5,00,000	79·25	1·58 செ.மீ.
B	1,00,000	46·45	0·92 செ.மீ.
C	50,000	36·81	0·74 செ.மீ.
D	10,000	21·53	0·44 செ.மீ.

மாதிரி 501

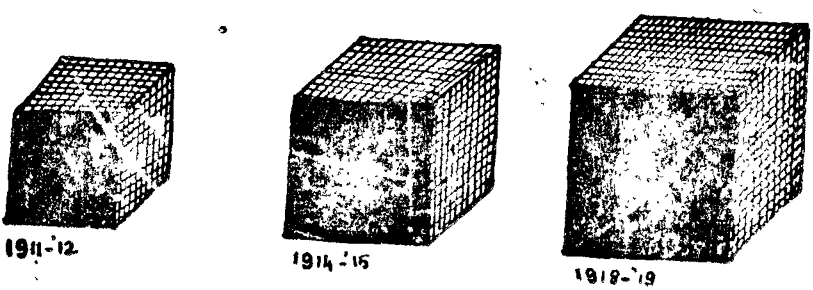
கீழ்க்காணும் பட்டியல் எகிப்து நாட்டின் பஞ்சு உற்பத்தியைத் தருகிறது. மூவளவு வரைபடம் வரைந்து விளக்கவும்.

ஆண்டு	உற்பத்தி (டன்களில்)
1911 — 12	3.111.000
1914 — 15	6,450,000
1918 — 19	10,873,000

தீர்வு:

ஆண்டு	உற்பத்தி (டன்களில்)	மூவளவு வர்க்க மூலம்	எடுத்துக் கொண்ட சதுர பக்க அளவுகள்
1911 — 12	31,11,000	146·0	1·46 செ.மீ.
1914 — 15	64,50,000	186·2	1·86 செ.மீ.
1918 — 19	1,08,73,000	221·5	2·22 செ.மீ.

கனவரைபடங்கள்



படம் 62

மாதிரி 502

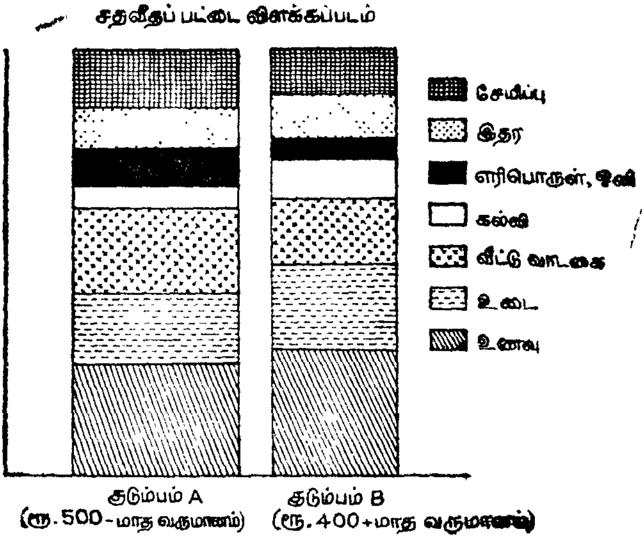
கீழே தரப்பட்டுள்ள இரண்டு குடும்பங்களின் மாதச் செலவு விவரங்களை ஈரளவு வரைபடம் மூலம் வரைந்து விளக்குக.

செலவு விவரங்கள்	குடும்பம் *A* (மாத வருமானம் ரூ. 500) (ரூபாயில்)	குடும்பம் *B* (மாத வருமானம் ரூ. 400) (ரூபாயில்)
உணவு	140	120
உடை	80	80
வீட்டு வாடகை	100	60
கல்வி	30	40
எரிபொருள், ஒளி	40	20
இதர	40	40

தீர்வு:

***A*: சதவீதப் பட்டை வரைபடம் வரைதல்:**

செலவு விவரங்கள்	குடும்பம் *A* (மாத வருமானம் ரூ. 500)		குடும்பம் *B* (மாத வருமானம் ரூ. 400)	
	ரூபாய்	சதவீதம்	ரூபாய்	சதவீதம்
உணவு	140	28	120	30
உடை	80	16	80	20
வீட்டு வாடகை	100	20	60	15
கல்வி	30	6	40	10
எரிபொருள், ஒளி	40	8	20	5
இதர	40	8	40	10
சேமிப்பு	70	1	40	10
மொத்தம்	500	100	400	100

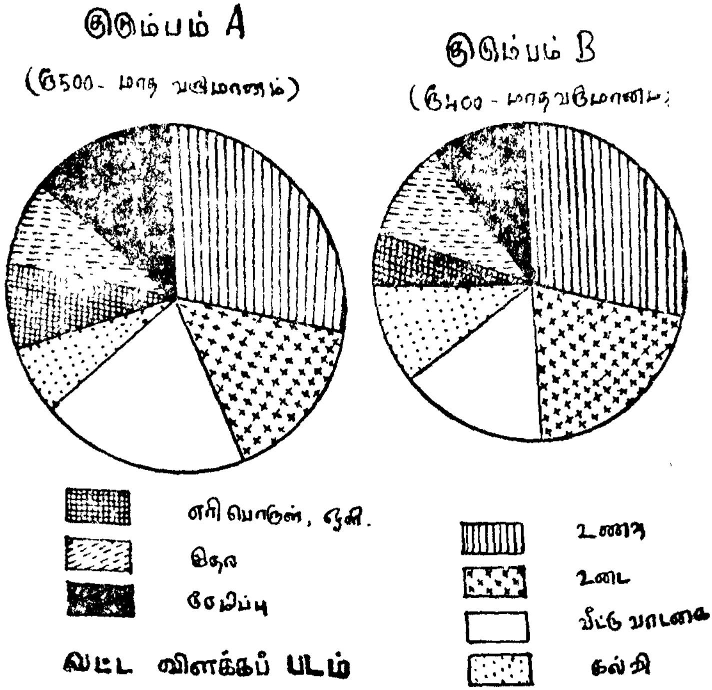


படம் 68

B: 500-ன் வர்க்க மூலம் = 22·3
400-ன் வர்க்க மூலம் = 20·0

ஆகவே, முதல் வட்டத்தின் ஆரம் = 2·23 செ.மீ. என எடுத்துக் கொள்கிறோம். (10ஆல் வகுத்த பின்பு); இரண்டாவது வட்டத்தின் ஆரம் = 2·00 செ. மீ. என எடுத்துக் கொள்கிறோம். (10ஆல் வகுத்த பின்பு)

செலவு விவரங்கள்	*A* குடும்பம்		*B* குடும்பம்	
	ரூபாய்	கோணம் (பாகைகள்)	ரூபாய்	கோணம் (பாகைகள்)
உணவு	140	100·8	120	108·0
உடை	80	57·6	80	72·0
வீட்டு வாடகை	100	72·0	60	54·0
கல்வி	30	21·6	40	36·0
எரிபொருள், ஒளி	40	28·8	20	18·0
இதர	40	28·8	40	36·0
சேமிப்பு	70	50·4	40	36·0
மொத்தம்	500	360·0	400	360·0



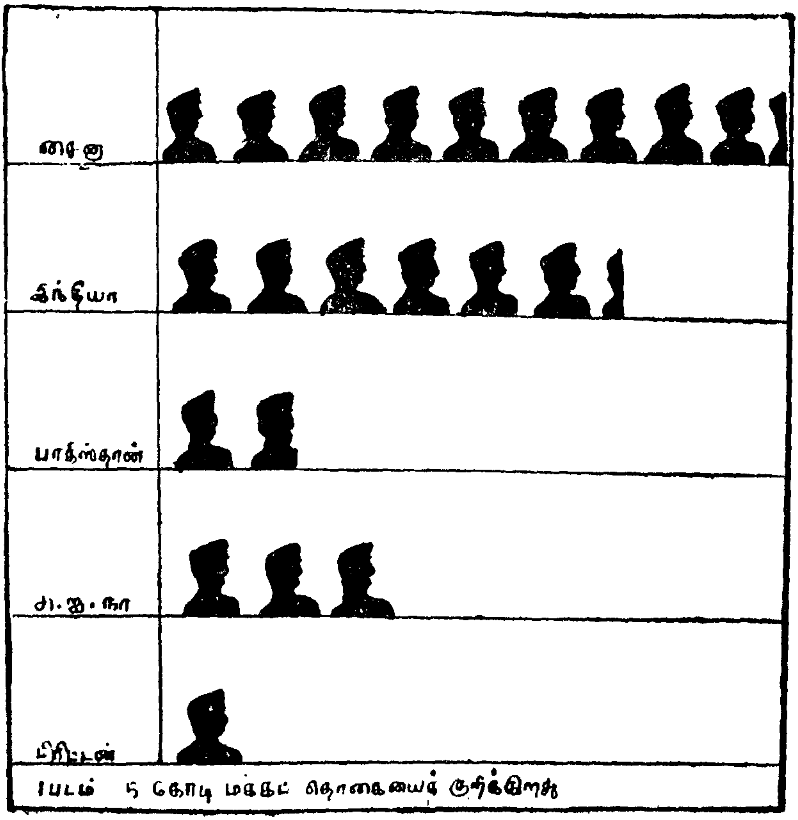
படம் 64

மாதிரி 503

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களை உருவ விளக்க வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

நாடுகள்	மக்கள் தொகை (கோடிகளில்)
சைனா	46·0
இந்தியா	36·0
பாகிஸ்தான்	8·0
அ. ஐ. நா.	15·0
பிரிட்டன்	5·0

உருவ விளக்கப் படம்

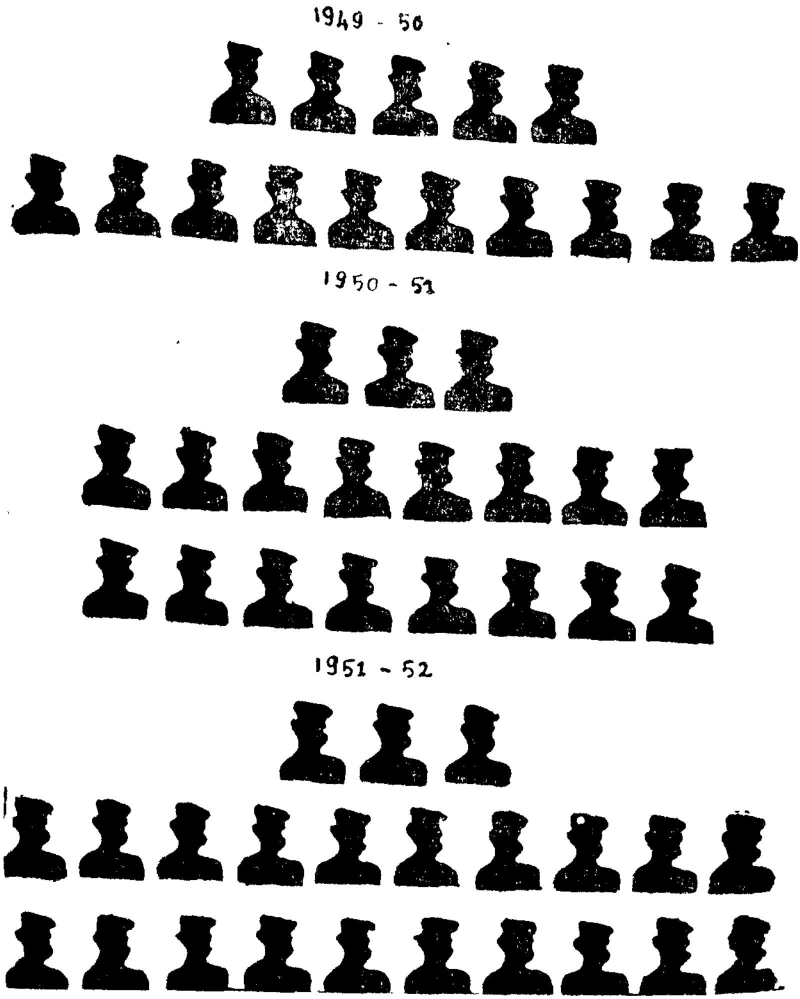


படம் 65

மாதிரி 504 (அ)

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரம் புது பல்கலைக் கழகத்தில் விரிவுரையாளர்கள்—மாணவர்கள விகிதத்தைத் தருகிறது. உருவ விளக்க வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

ஆண்டு	ஒரு விரிவுரையாளருக்கு மாணவர் எண்ணிக்கை
1949 — 50	15
1850 — 51	19
1951 — 52	23



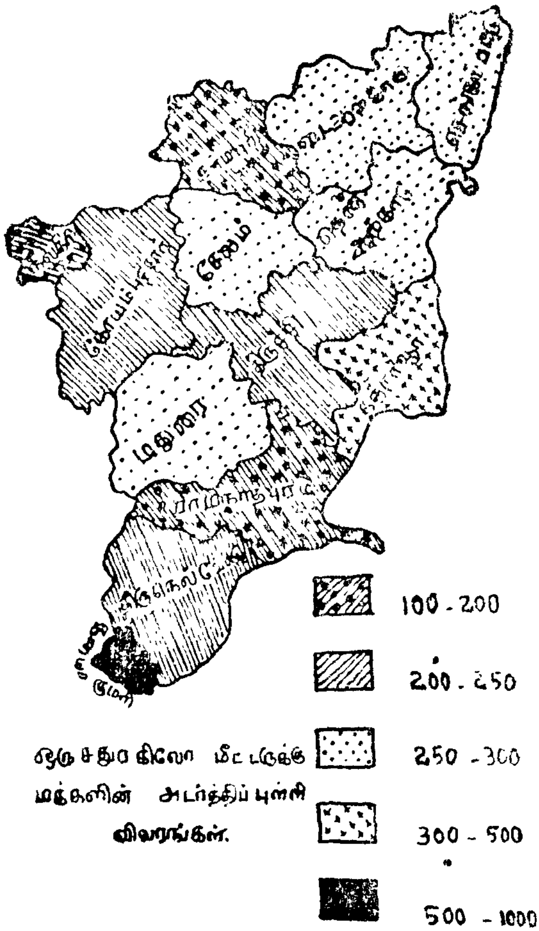
படம் 66

மாதிரி 504 (ஆ)

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1961 ஆம் ஆண்டு மக்கள் தொகைக் கணிப்புப்படி தமிழ்நாட்டின் மாவட்டங்கள் (சென்னை நீங்கலாக) ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு சதுர கிலோ மீட்டருக்கான மக்கள் செறிவு பற்றிய புள்ளி விவரங்களைத் தருகிறது. இவைகளுக்கு ஏற்ற தான புள்ளி விவர நிலப்படம் வரைக.

மாவட்டம்	ஒரு சதுர கிலோமீட்டரில் மக்கள் செறிவு
செங்கல்பட்டு	269
வட ஆற்காடு	259
தென் ஆற்காடு	280
சேலம்	286
தர்மபுரி	138
கோயமுத்தூர்	228
நீலகிரி	161
மதுரை	255
திருச்சிராப்பள்ளி	224
தஞ்சாவூர்	335
இராமநாதபுரம்	194
திருநெல்வேலி	239
கன்னியாகுமரி	596

புள்ளிவிவர நிலப்படம்



படம் 67

9. வரை கோடுகள்

(Graphs)

காலஞ்சார் தொடர் வரிசை வரைகோடுகள்
(Time Series Graphs)

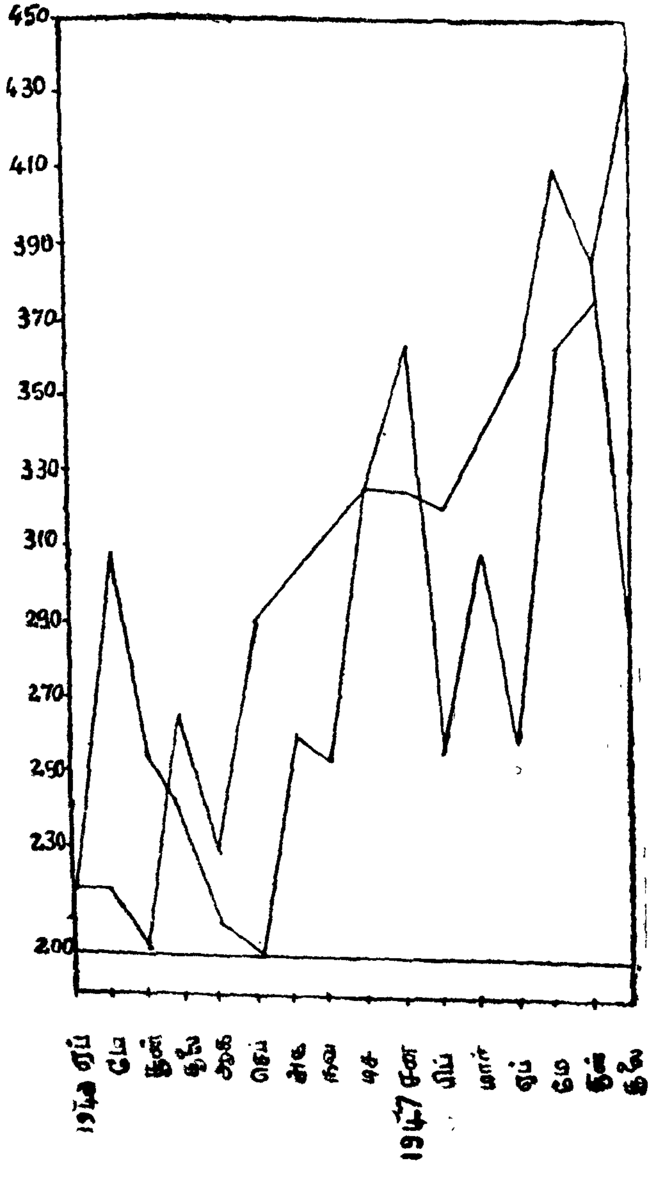
மாதிரி 505

கீழ்க்காணும் தகவல்களுக்கு வரைகோடுகள் வரைந்து அவ் வரை படத்தில் மிச்ச வாணிப அளவைக் காட்டுக.

இந்தியாவின் ஏற்றுமதி இறக்குமதி (மில்லியன் ரூபாய்கள்)

	மாதம்	இறக்குமதி	ஏற்றுமதி
1946	ஏப்ரல்	217	213
	மே	218	304
	ஜூன்	205	254
	ஜூலை	263	238
	ஆகஸ்டு	227	211
	செப்டம்பர்	289	200
	அக்டோபர்	299	259
	நவம்பர்	313	253
	டிசம்பர்	325	330
1947	சனவரி	325	364
	பிப்ரவரி	320	255
	மார்ச்	336	307
	ஏப்ரல்	360	258
	மே	409	362
	ஜூன்	385	354
	ஜூலை	436	286

(பி.காம்.—சென்னை)



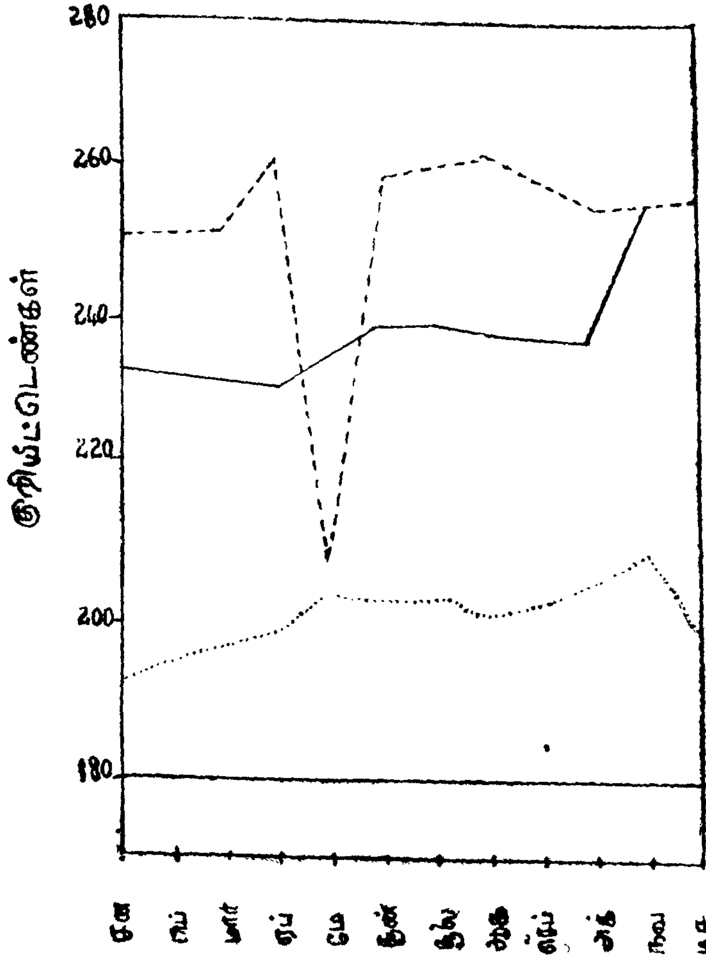
படம் 68

மாதிரி 506

1944ஆம் ஆண்டு முழு இந்திய, முக்கிய நுகர் பொருள்கள் கச்சாப் பொருள்கள், உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்கள் ஆகியவற்றின் மாத விலைக் குறியீட்டெண்கள் பின்வருமாறு: இவைகளுக்கு வளைகோடுகள் வரைபடத்தில் வரையவும்.

மாதம்	முக்கிய நுகர் பொருள்களின் குறியீட்டெண்கள்	கச்சாப் பொருள்களின் குறியீட்டெண்	உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களின் குறியீட்டெண்
சனவரி	234	193	251
பிப்ரவரி	233	195	251
மார்ச்	232	197	252
ஏப்ரல்	232	199	261
மே	236	204	208
சூன்	240	204	259
சூலை	240	204	261
ஆகஸ்டு	239	202	262
செப்டம்பர்	238	203	259
அக்டோபர்	238	206	259
நவம்பர்	256	210	256
டிசம்பர்	257	200	257

(எம்.ஏ.—ஆக்ரா —1946)



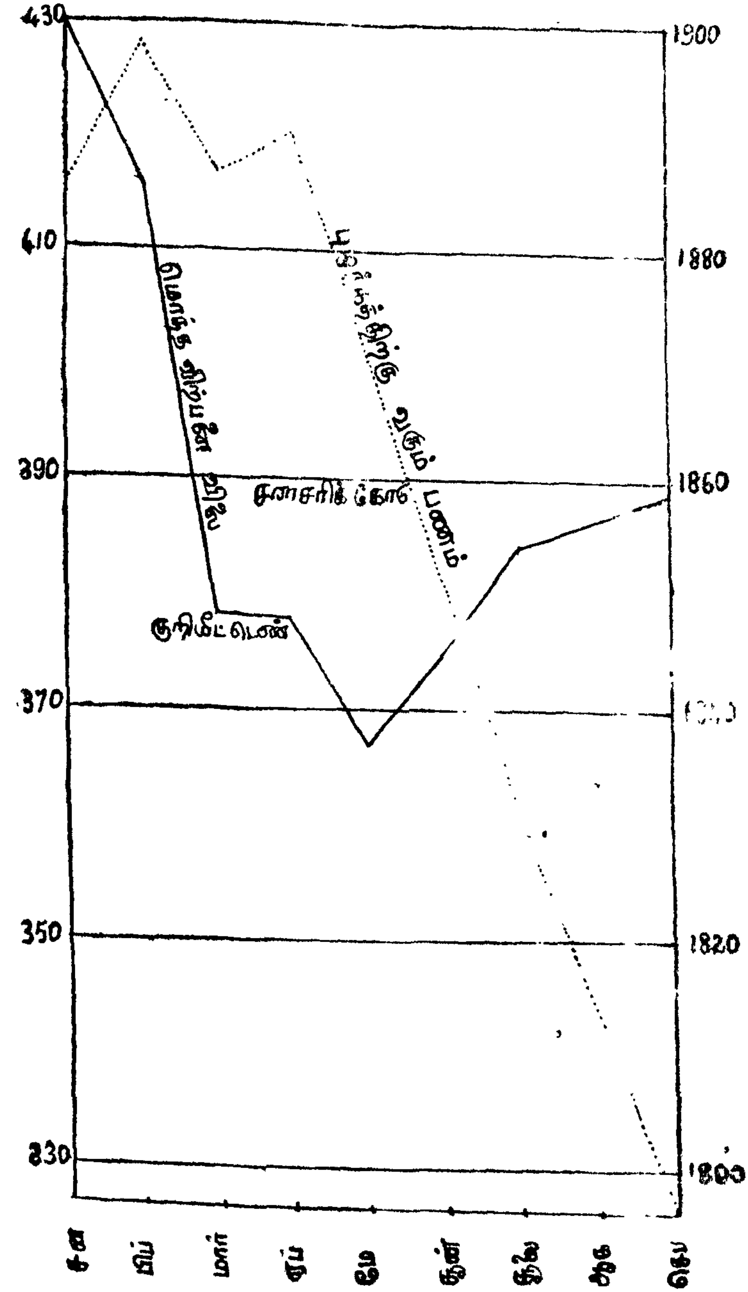
படம் 69

மாதிரி 507

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்கள் இந்தியாவின், மொத்த விற்பனை விலையையும், புழக்கத்திற்கு வரும் ரூபாயையும், (வங்கியில் போட்ட பணம்) தருகிறது. இவற்றை ஒரு வரைபடத்தில் காட்டி விவரி.

ஆண்டு 1952	சனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆகஸ்டு	செப்டம்பர்
மொத்த விற்பனை விலைக் குறியீட்டெண்	430	416	378	378	367	375	384	387	389
புழக்கத்திற்கு வரும் பணம் (கோடியில்)	1886	1898	1887	1890	1873	1850	1832	1816	1797

(எம்.ஏ.—ஆக்ரா)



படம் 70

மாதிரி 508

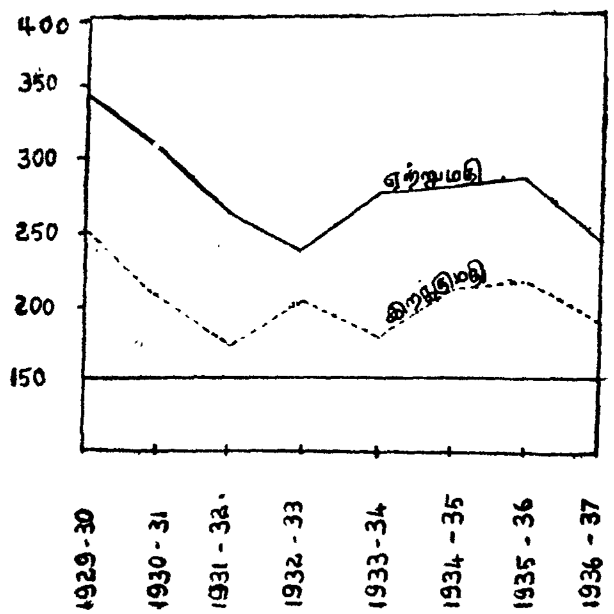
கீழ்க்காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள இந்தியாவின் ஏற்றுமதி இறக்குமதி புள்ளி விவரங்களை,

(i) சாதாரண (ii) விகித அளவுகளின்

வரைபடம் வரைக.

ஆண்டு	(கோடி ரூபாய்களில்)	
	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி
1929—30	345	258
1930—31	308	206
1931—32	263	176
1932—33	239	203
1933—34	275	182
1934—35	280	210
1935—36	282	216
1936—37	243	199

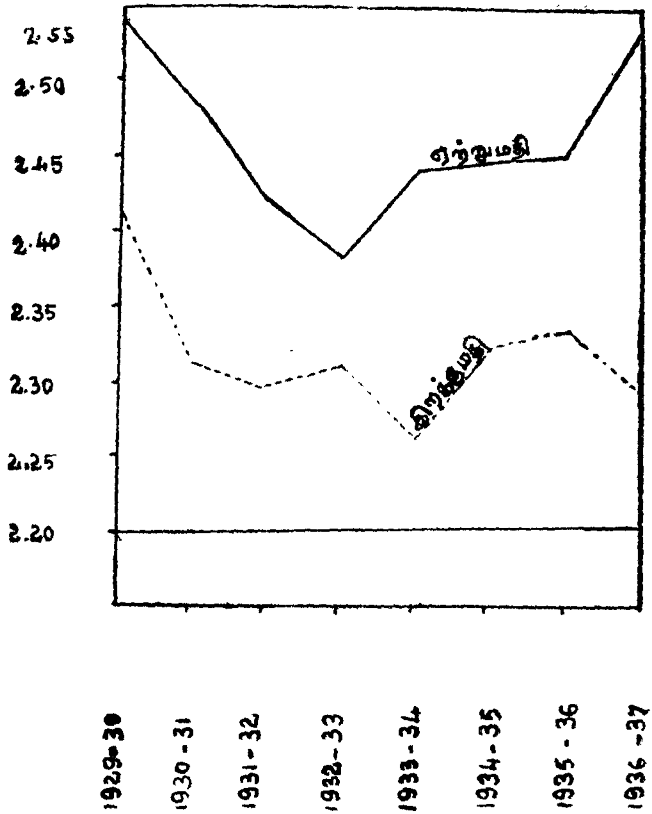
(எம். ஏ.—ஆக்ரா—1951)



படம் 71

தீர்வு:

ஆண்டு	1929—30	1930—31	1931—32	1932—33	1933—34	1934—35	1935—36	1936—37
ஏற்றுமதி (கோடி ரூபாய்களில்	345	308	263	239	275	280	282	243
லாக் (மடக்கை)	2·5378	2·4886	2·4200	2·3780	2·4873	2·4472	2·4502	2·5353
இறக்குமதி (கோடி ரூபாய் களில்)	258	206	176	203	182	210	216	199
லாக் (மடக்கை)	2·4116	2·3139	2·2455	2·3075	2·2601	2·3222	2·3345	2·2989



படம் 72

மாதிரி 509

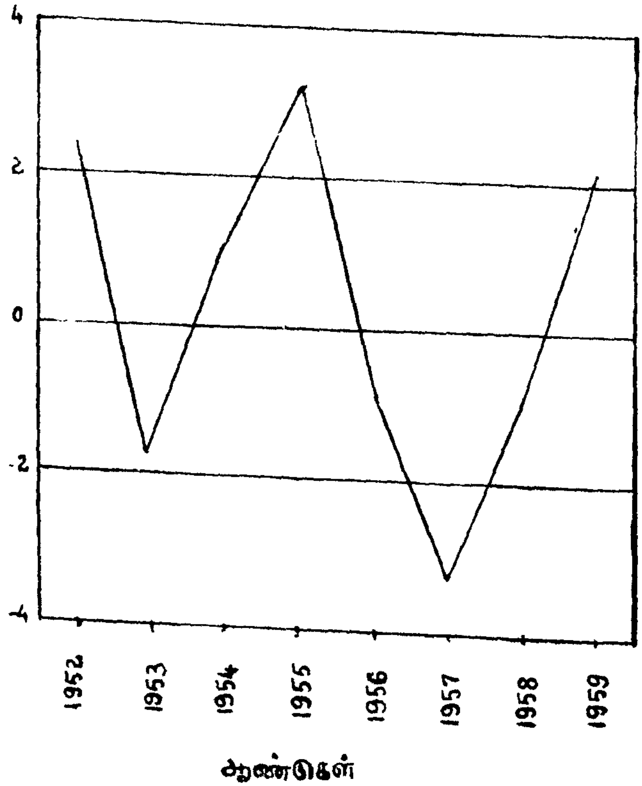
ஒரு நுகர் பொருளின் ஏற்றுமதியைக் குறிக்கும் கீழ்க்காணும் வரிசை எண் 5 ஆண்டு நகரும் சராசரியைக் கணக்கிட்டு, குறுகிய கால ஏற்ற இறக்கத்தைக் காட்டுகிறது. ஏற்ற இறக்கத்தை வரைபடத்தில் காட்டுக.

ஆண்டு	1950	1951	1952	1953	1954	1955
ஏற்றுமதி (1000 டன்களில்)	146	149	155	154	159	162
ஆண்டு	1956	1957	1958	1959	1960	1961
ஏற்றுமதி (1000 டன்களில்)	160	159	164	166	167	163

(எம். ஏ.—நாக்பூர்—1962)

தீர்வு:

ஆண்டு	ஏற்றுமதி (1000 டன்களில்)	5 ஆண்டு நகரும் சராசரி	குறுகிய கால ஏற்ற இறக்கம்
1950	146		
1951	149		
1952	155	152·6	2·4
1953	154	155·8	−1·8
1954	159	158·0	1·0
1955	162	158·8	3·2
1956	160	160·8	−0·8
1957	159	162·2	−3·2
1958	164	163·2	−0·8
1959	166	163·8	2·2
1960	167		
1961	163		



படம் 78

மாதிரி 510

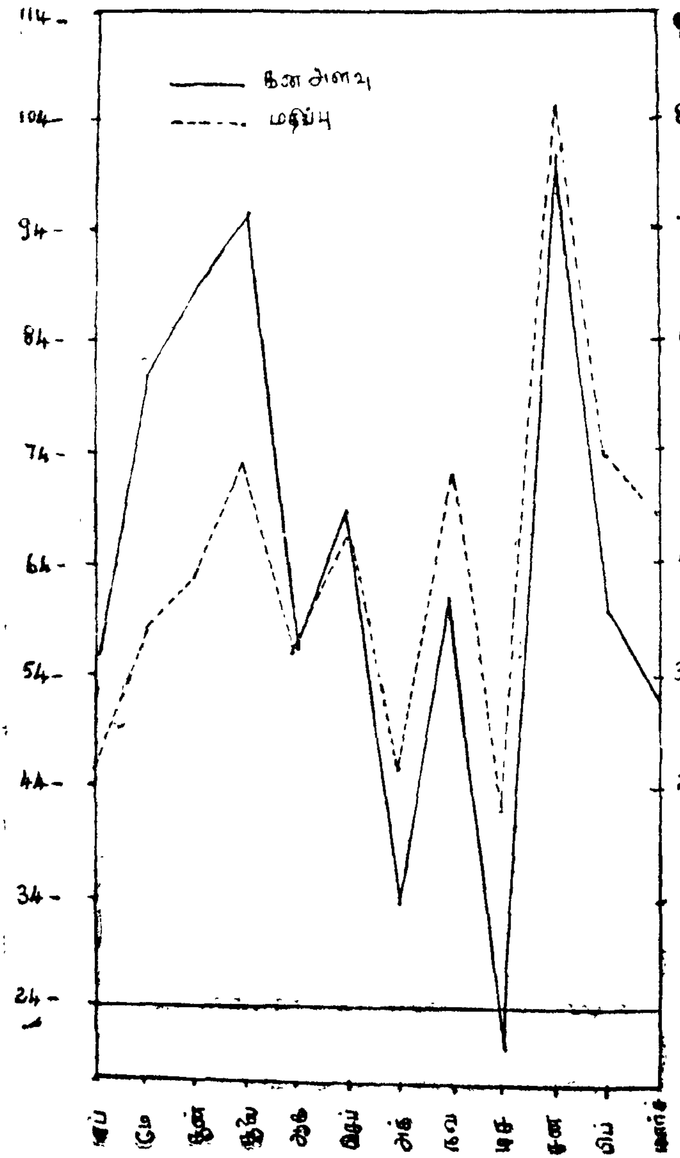
கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களை ஒரே தாள் வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

1941-42 ஆண்டுகளில் இந்தியாவிலிருந்து ஏற்றுமதியான சரக்கின் கன அளவும் மதிப்பும்:

மாதம்	கன அளவு (1000 *cwts*)	மதிப்பு (லட்ச ரூபாயில்)	மாதம்	கன அளவு (1000 *cwts*)	மதிப்பு (லட்ச ரூபாயில்)
ஏப்ரல்	53	22	அக்டோபர்	32	23
மே	80	34	நவம்பர்	60	48
ஜூன்	89	40	டிசம்பர்	22	19
ஜூலை	96	50	சனவரி	102	83
ஆகஸ்டு	56	33	பிப்ரவரி	60	51
செப்டம்பர்	61	43	மார்ச்	49	46

(எம். ஏ.—ஆக்ரா—1958)

(எம்.காம்.—இராசஸ்தான்—1958)


கன அளவு
மதிப்பு
114
104
94
84
74
64
54
44
34
24
91
81
71
61
51
41
31
21
11
1

படம் 74

மாதிரி 511

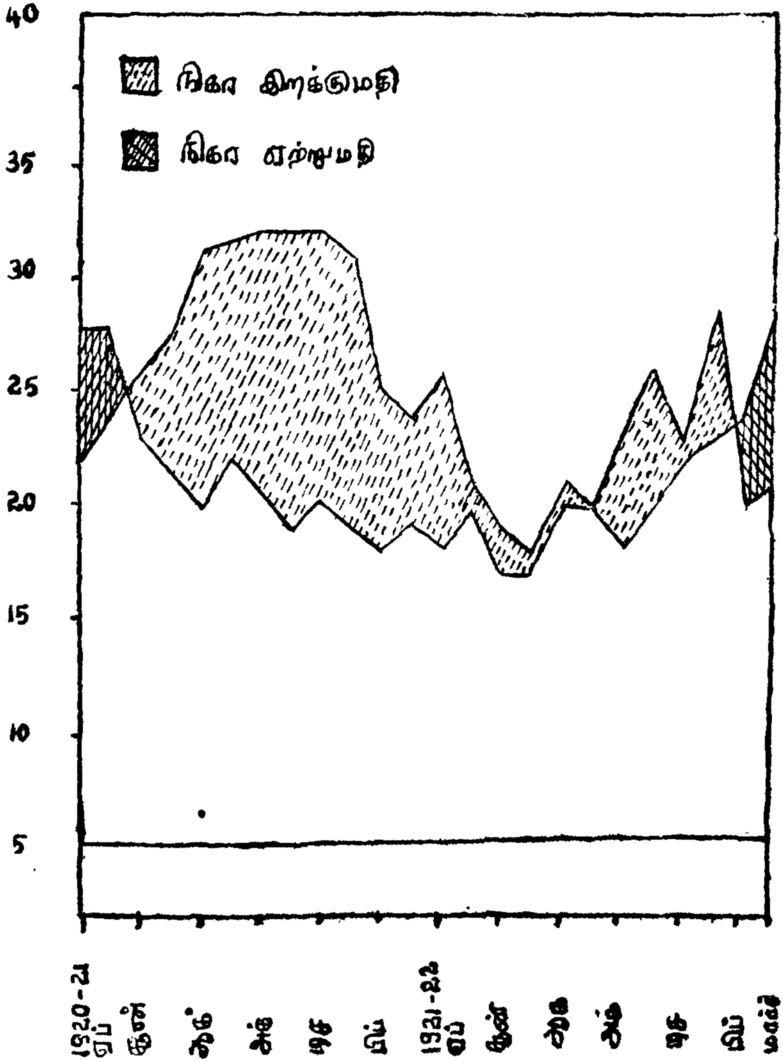
கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1920-21, 1921-22ஆம் ஆண்டுகளின் பிரிக்கப்படாத இந்தியாவின் இறக்குமதி, ஏற்றுமதி மதிப்புகளைத் தருகிறது. ஒரு வரைபடத் தாளில் வரைந்து நிகர வாணிபத்தைக் காட்டு.

மாதங்கள்		இறக்குமதி	ஏற்றுமதி
1920-21	ஏப்ரல்	22	28
	மே	24	28
	ஜூன்	26	22
	ஜூலை	28	21
	ஆகஸ்டு	31	20
	செப்டம்பர்	29	22
	அக்டோபர்	32	21
	நவம்பர்	32	19
	டிசம்பர்	32	20
	சனவரி	31	19
	பிப்ரவரி	25	18
	மார்ச்	24	19
1921-22	ஏப்ரல்	26	18
	மே	21	20
	ஜூன்	19	17
	ஜூலை	18	17
	ஆகஸ்டு	21	20
	செப்டம்பர்	20	20
	அக்டோபர்	23	18
	நவம்பர்	26	20
	டிசம்பர்	23	22
	சனவரி	28	23
	பிப்ரவரி	20	22
	மார்ச்	21	28

(பி.காம்.—அலகாபாத்—1938)

தீர்வு :

மாதங்கள்		இறக்குமதி	ஏற்றுமதி	நிகர வாணிபம்
1920-21	ஏப்ரல்	22	28	6
	மே	24	28	4
	ஜூன்	26	23	– 3
	ஜூலை	28	21	– 7
	ஆகஸ்டு	31	20	– 11
	செப்டம்பர்	29	22	– 7
	அக்டோபர்	32	21	– 11
	நவம்பர்	32	19	– 13
	டிசம்பர்	32	20	– 12
	சனவரி	31	19	– 12
	பிப்ரவரி	25	18	– 7
	மார்ச்	24	19	– 5
1921-22	ஏப்ரல்	26	18	– 8
	மே	21	20	– 1
	ஜூன்	19	17	– 2
	ஜூலை	18	17	– 1
	ஆகஸ்டு	21	20	– 1
	செப்டம்பர்	20	20	0
	அக்டோபர்	23	18	– 5
	நவம்பர்	26	20	– 6
	டிசம்பர்	23	22	– 1
	சனவரி	28	23	– 5
	பிப்ரவரி	20	22	2
	மார்ச்	21	28	7

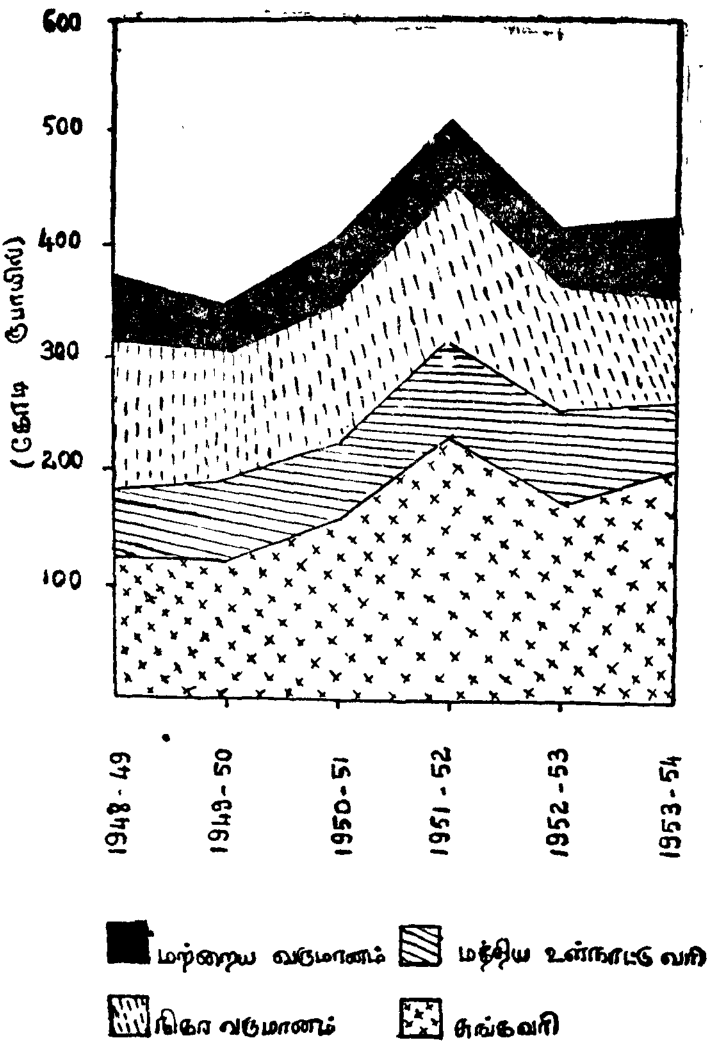


படம் 75

மாதிரி 512

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, கட்டு (Band) வரை படம் வரைக.

ஆண்டு	சுங்க வரி	மத்திய உள்நாட்டு வரி	நிகர வருமானம் (வரி ரசீது மூலம்)	மற்றைய வருமானம்	மொத்தம்
1948 - 49	125	51	140	55	372
1949 - 50	125	68	115	42	350
1950 - 51	157	68	126	60	411
1951 - 52	232	86	135	62	515
1952 - 53	177	80	113	49	419
1953 - 54	170	90	100	70	430


600
500
400
300
200
100
(கோடி ரூபாயில்)
1948-49
1949-50
1950-51
1951-52
1952-53
1953-54
மற்றைய வருமானம்
மத்திய உள்நாட்டு வரி
நிகர வருமானம்
சுங்கவரி

படம் 78

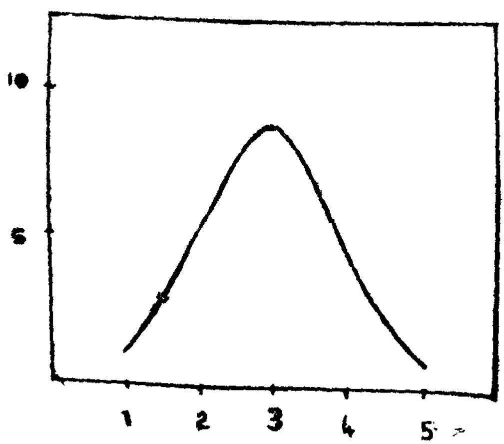
மாதிரி 513

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவல்களுக்கு வரைபடம் வரைக:

I		II		III	
உறுப்பு	அலைவெண்	உறுப்பு	அலைவெண்	உறுப்பு	அலைவெண்
1	1	1	4	1	4
2	5	2	20	2	8
3	9	3	16	3	12
4	5	4	6	4	20
5	1	5	4	5	4

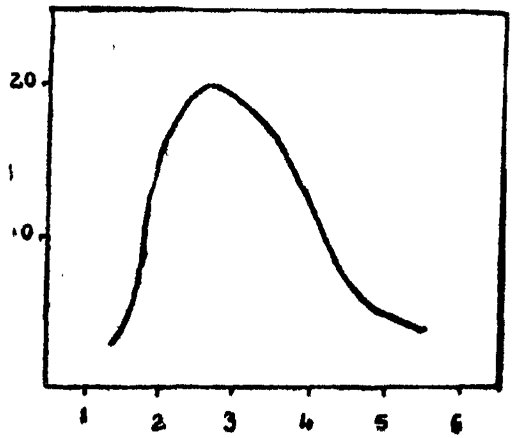
IV		V	
உறுப்பு	அலைவெண்	உறுப்பு	அலைவெண்
1	8	1	20
2	6	2	10
3	10	3	8
4	20	4	10
5	30	5	20

I.



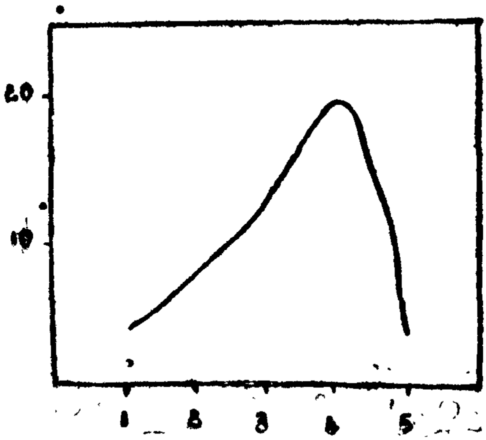
படம் 77

II



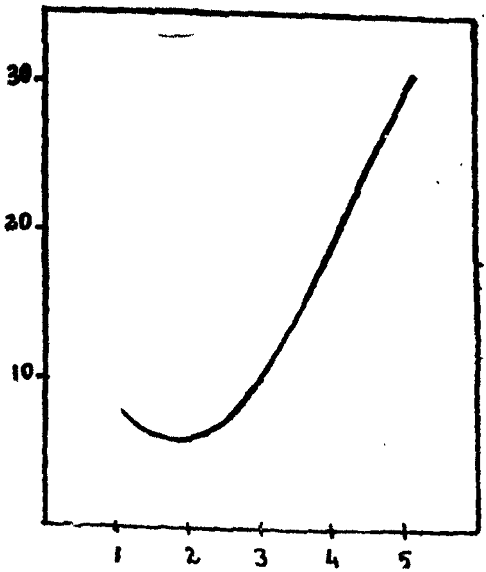
படம் 78

III



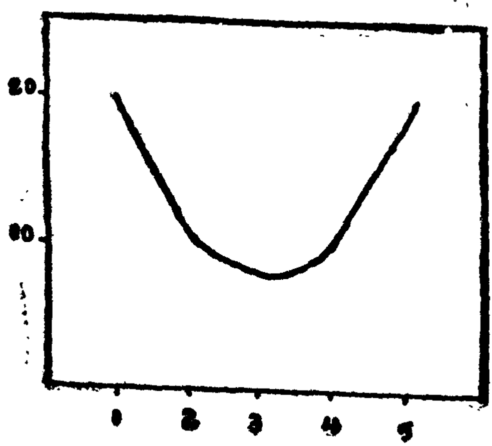
படம் 79

IV.



படம் 80

V



படம் 81

மாதிரி 514

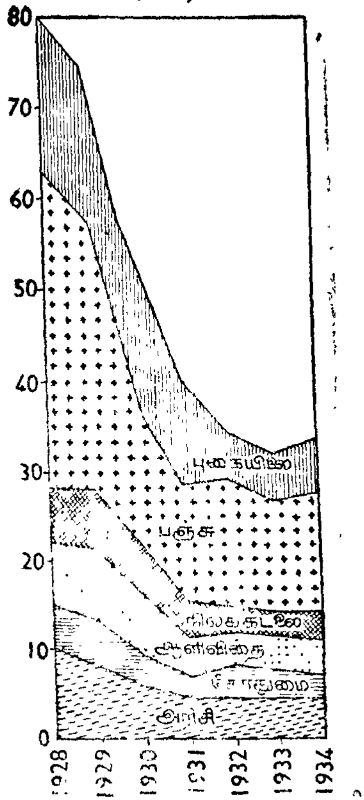
கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களைப் பொருத்தமான வரை படம் மூலம் வரைந்து, ஏற்ற இறக்கத்தைக் காட்டுக :

கான்பூரில் மொத்த விற்பனை விலை (மாண்டிற்கு - ரூபாயில்)

ஆண்டு	அரிசி	கோதுமை	ஆளி விதை	நிலக் கடலை	பஞ்சு	புகையிலை
1928	7·3	7·7	7·0	6·5	34·1	17·3
1929	7·7	5·5	8·0	7·3	28·1	17·1
1930	5·8	3·6	6·5	6·2	17·3	14·5
1931	4·1	2·7	4·2	4·2	13·3	11·6
1932	4·3	3·4	3·5	3·5	14·8	4·9
1933	4·1	3·2	3·4	3·1	12·9	4·9
1934	3·7	2·8	3·6	4·1	13·2	5·7

(எம். காம் —அலகாபாத்—1943)

கட்டு வரைபடம்

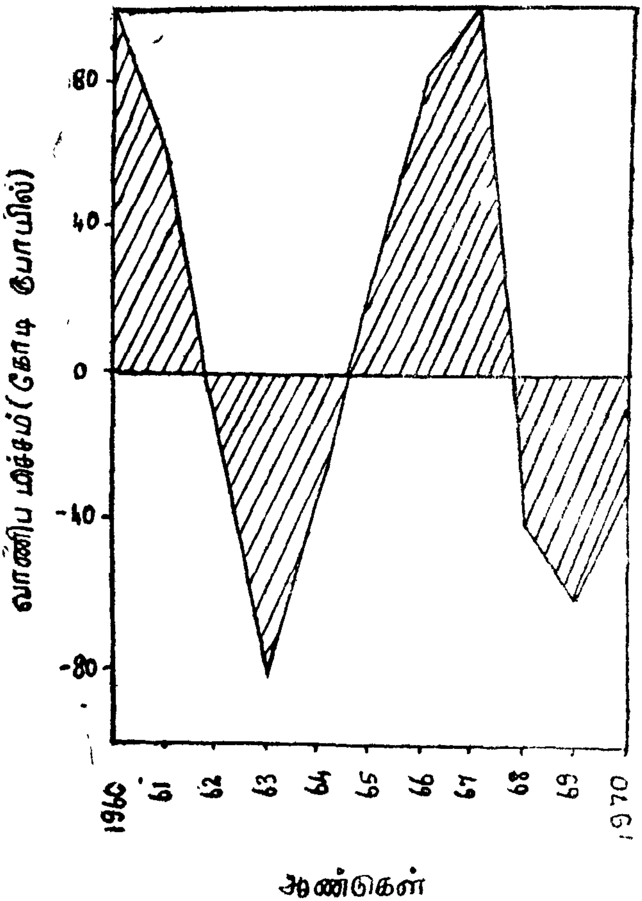


படம் 82

மாதிரி 515

கீழ்க்காண்பவைகளுக்கு ஷில்அவுட் வரைபடம் வரைக:

ஆண்டு	வாணிப மிச்சம் (கோடி ரூபாய்களில்)
1960	+100
1961	+60
1962	−20
1963	−80
1964	−30
1965	+30
1966	+80
1967	+100
1968	−40
1969	−60



படம் 88

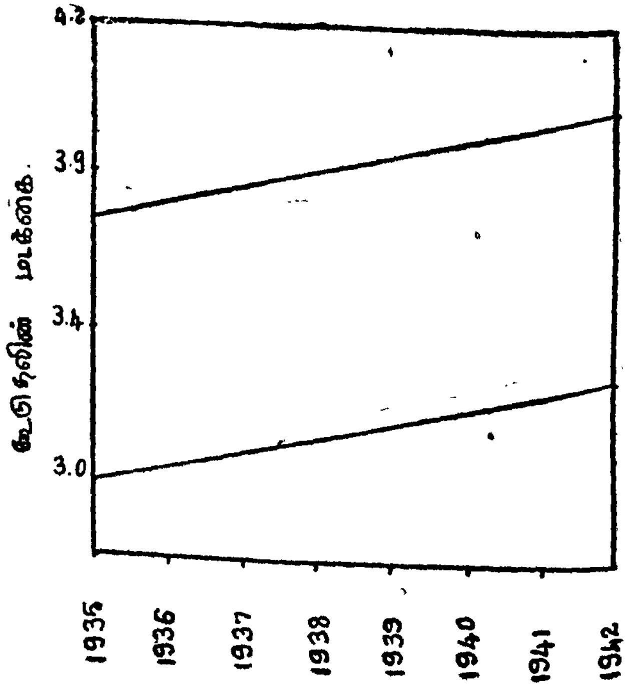
மாதிரி 516

ரூ. 200 (*A*), ரூ. 1000(*B*), ஆகியவற்றின் கூடுதல்கள் 10% கூட்டு வட்டி என இருப்பின் அவற்றை வரைபடத்தில் வரைந்து விளக்குக.

ஆண்டுகள்	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942
A (ரூ.200)	1000	1100	1210	1330	1460	1610	1770	1950
B (ரூ.1000)	5000	5500	6050	6650	7300	8050	8850	9750

தீர்வு:

ஆண்டு	A (ரூ. 2^0)	log A	B (ரூ. 1000)	log B
1950	1000	3·00	5000	3·69
1951	1100	3 04	5500	3·74
1952	1210	3·08	6050	3·78
1953	1330	3·12	6650	3·82
1954	1460	3·16	7300	3·86
1955	1610	3 20	8050	3·90
1956	1770	3·24	8850	3 94
1957	1950	3·29	9750	3·98

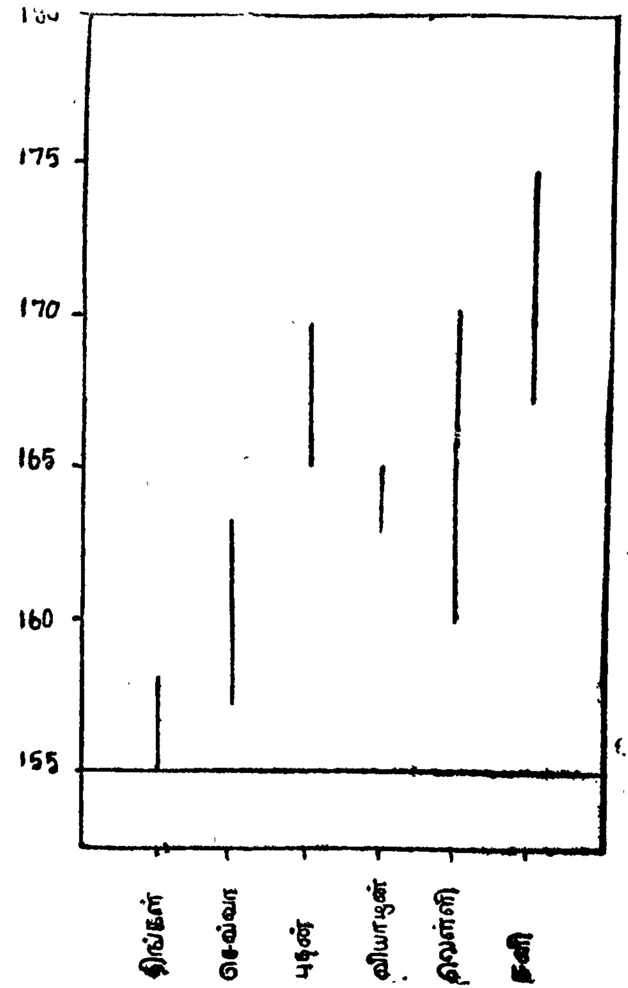


படம் 84

மாதிரி 517

கீழ்க்காணும் பட்டியல் பம்பாய் வெள்ளிக்கட்டிச் சந்தையில் ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் வெள்ளியின் ஏற்ற இறக்க விலையைத் தருகிறது. ஒரு சோன் வளைகோடு வரையவும்.

நாட்கள்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
குறைந்த விலை	155·15	157·25	165·19	163·10	160 20	167·30
கூடிய விலை	158·10	163·40	171·07	165·20	170·20	175·20

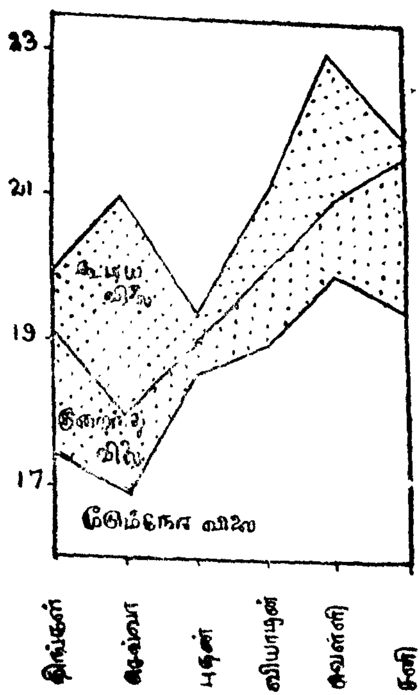


படம் 85

மாதிரி 518

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு நிறுவனத்தின் பங்குகளின் கூடிய, குறைந்த, மூடும் நேர விலைகளைத் தருகிறது. பொருத்தமான வரைபடம் மூலம் வரைந்து காட்டுக.

நாட்கள்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
கூடிய விலை	20·0	21·0	19·5	21·0	23·0	22·0
குறைந்த விலை	17·5	17·0	18·6	19·0	20·0	19·5
மூடும் நேர விலை	19·0	18·0	19·0	20·0	21·0	21·5



படம் 86

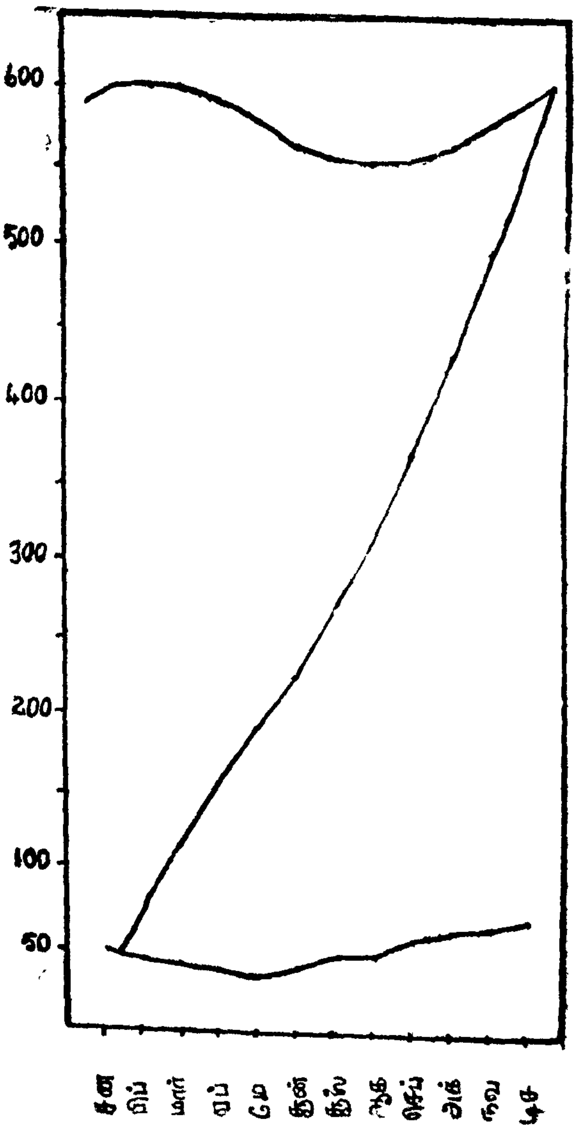
மாதிரி 519

மைக்கா வாணிபம் செய்யும் நிறுவனத்தின் 1952, 1953ஆம் ஆண்டுகளின் விற்பனை விவரங்களைக் கீழ்க்காணும் பட்டியல் தருகிறது. 1953ஆம் ஆண்டுக்கு Z வரைபடம் வரைக.

மாதங்கள்	1952	1953
சனவரி	43	52
பிப்ரவரி	47	47
மார்ச்	45	42
ஏப்ரல்	48	38
மே	49	33
சூன்	52	40
சூலை	50	45
ஆகஸ்டு	49	49
செப்டம்பர்	52	56
அக்டோபர்	54	64
நவம்பர்	52	67
டிசம்பர்	55	72

தீர்வு :

மாதங்கள்	1952	1953	திரள் மொத்தம் (1953ஆம் ஆண்டின்)	நகரும் ஆண்டு மொத்தம் (1953ஆம் ஆண்டின்)
சனவரி	43	52	52	605
பிப்ரவரி	47	47	99	605
மார்ச்	45	42	141	602
ஏப்ரல்	48	38	179	592
மே	49	33	212	576
சூன்	52	40	252	564
சூலை	50	45	297	559
ஆகஸ்டு	49	49	346	559
செப்டம்பர்	52	56	402	563
அக்டோபர்	54	64	466	573
நவம்பர்	52	67	533	588
டிசம்பர்	55	72	605	605
மொத்தம்	596	605	—	—



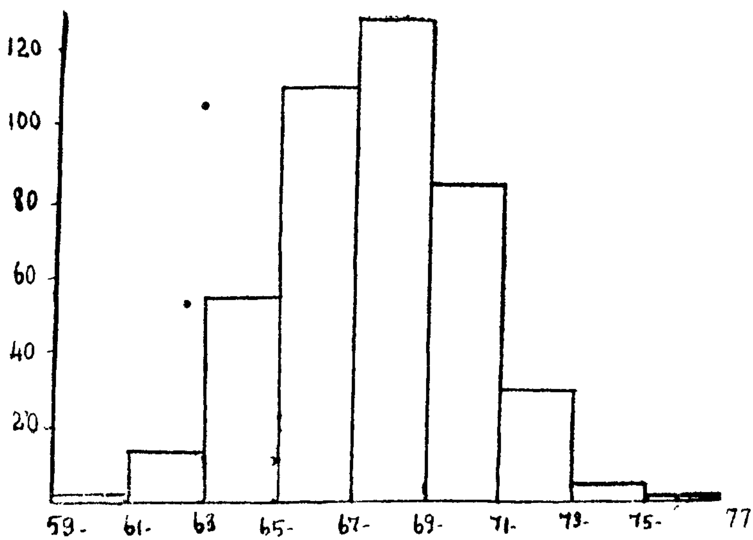
படம் 87

மாதிரி 520

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரைக :

உயரம் (அங்குலத்தில்)	அலைவெண்
59—61	3
61—63	13
63—55	54
65—67	111
67—6)	128
69—71	85
71—73	30
73—75	6
75—77	1

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)



படம் 88

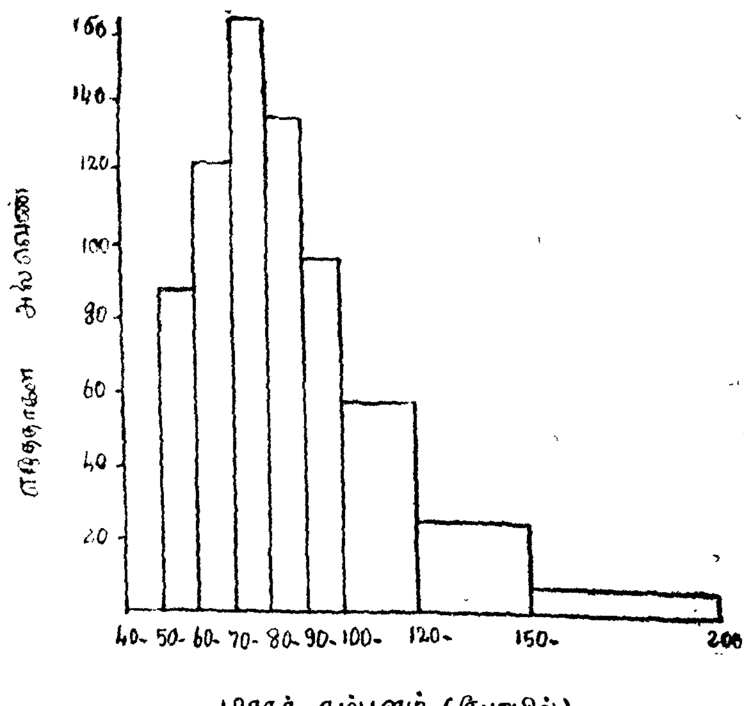
மாதிரி 521

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு பெரிய நிறுவனத்தில் வேலை செய்யும் 850 எழுத்தர்களின் சம்பள விவரங்களைத் தருகிறது:

மாதச் சம்பளம் (ரூபாயில்)	எழுத்தர்களின் எண்ணிக்கை
40—50	36
50—60	87
60—70	121
70—80	164
80—90	133
90—100	95
100—120	112
120—150	72
150—200	30

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு ஓர் அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரைக.

(எம்.காம்.—காசி—பல்கலை)



படம் 88

மாதிரி 522

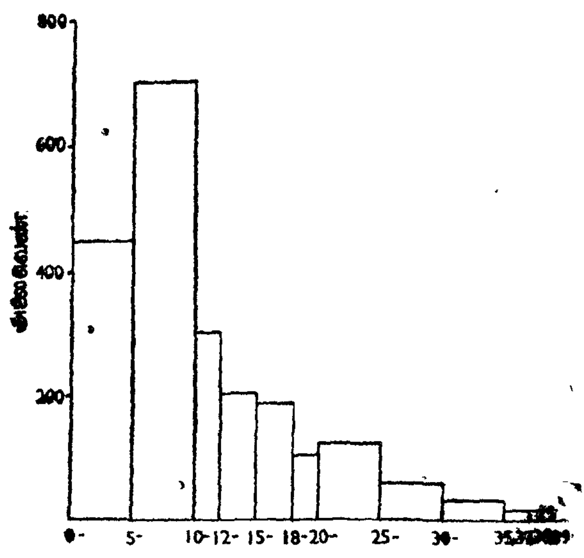
கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரைந்து அப்படத்தில் இவ்வலைவெண் பரவலின் அலைவெண் வளைகோட்டை மாதிரியாக வரையவும். (அலைவெண் தொகுதிகளைத் தேவைப்பட்ட மாற்றமுடன் எடுத்துக் கொள்ளவும்.)

ஒரு சமூகத்தில் கணவன் மனைவியரின் வயது வித்தியாசம்

ஆண்டுகளின் வித்தியாசம்	அலைவெண்	ஆண்டுகளின் வித்தியாசம்	அலைவெண்
0—5	449	25—30	52
5—10	705	30—35	16
10—12	302	35—37	2
12—18	205	37—38	1
15—18	182	38—39	1
18—20	99		
20—25	109	மொத்தம்	2,123

(பி. காம். —சென்னை)

அலைவெண் செவ்வகப் படம்

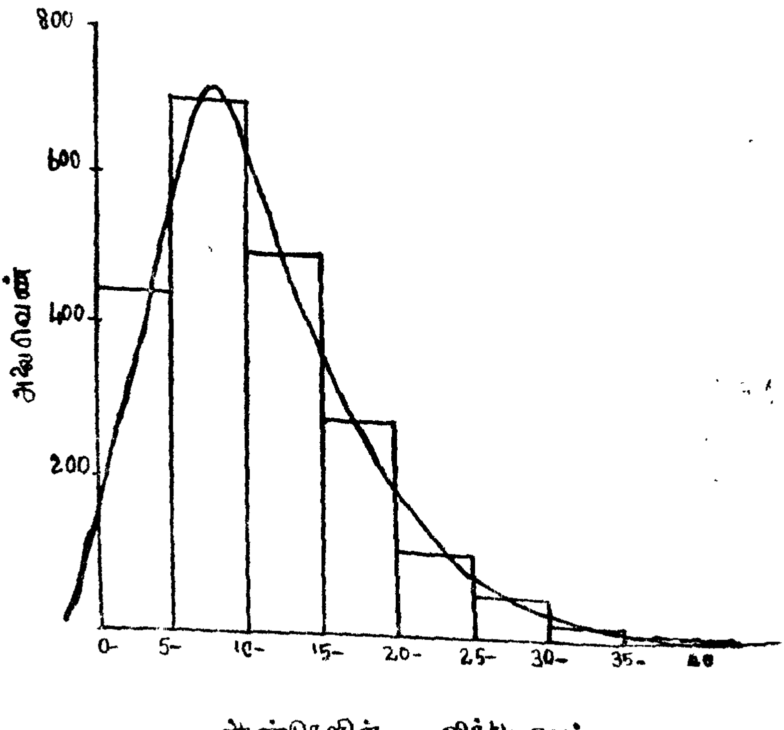


ஆண்டுகளின் வித்தியாசம்

படம் 90

மாற்றியமைத்த அலைவெண் பரவல் :

ஆண்டுகளின் வித்தியாசம்	அலைவெண்
0—5	449
5—10	705
10—15	507
15—20	281
20—25	109
25—30	52
30—35	16
35—40	4
மொத்தம்	2,123



படம் 91

மாதிரி 523

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரைந்து அப்படத்தில் இவ்வலைவெண் பரவலின் அலைவெண் வளைகோட்டை மாதிரியாக வரையவும்.

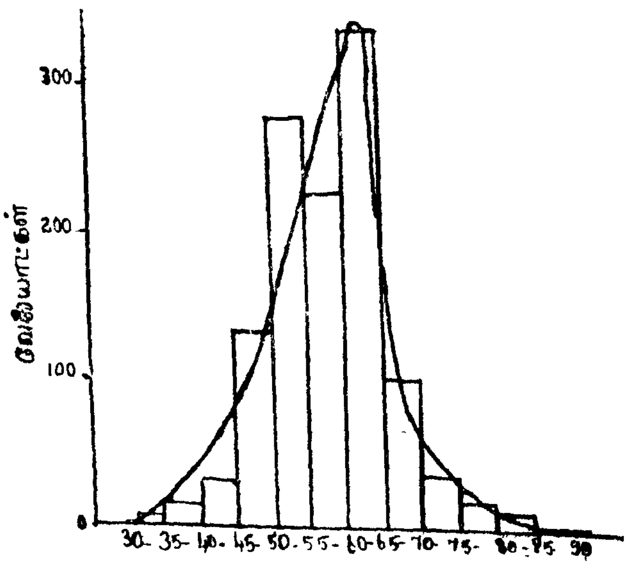
(அலைவெண் தொகுதிகளைத் தேவைப்பட்டால் மாற்றமுடன் எடுத்துக் கொள்ளவும்.)

மாத வருமானம்	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
30 — 35	4
35 — 40	16
40 — 45	32
45 — 50	136
50 — 52	121
52 — 55	161
55 — 58	134
58 — 60	96
60 — 65	342
65 — 70	102
70 — 75	36
75 — 80	17
84	12
90	1
மொத்தம்	1,210

தீர்வு:

மாற்றியமைக்கப்பட்ட அலைவெண் பரவல்:

மாத வருமானம்	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
30 — 35	4
35 — 40	16
40 — 45	32
45 — 50	136
50 — 55	282
55 — 60	230
60 — 65	342
65 — 70	102
70 — 75	36
75 — 80	17
80 — 85	12
85 — 90	1
மொத்தம்	12,10



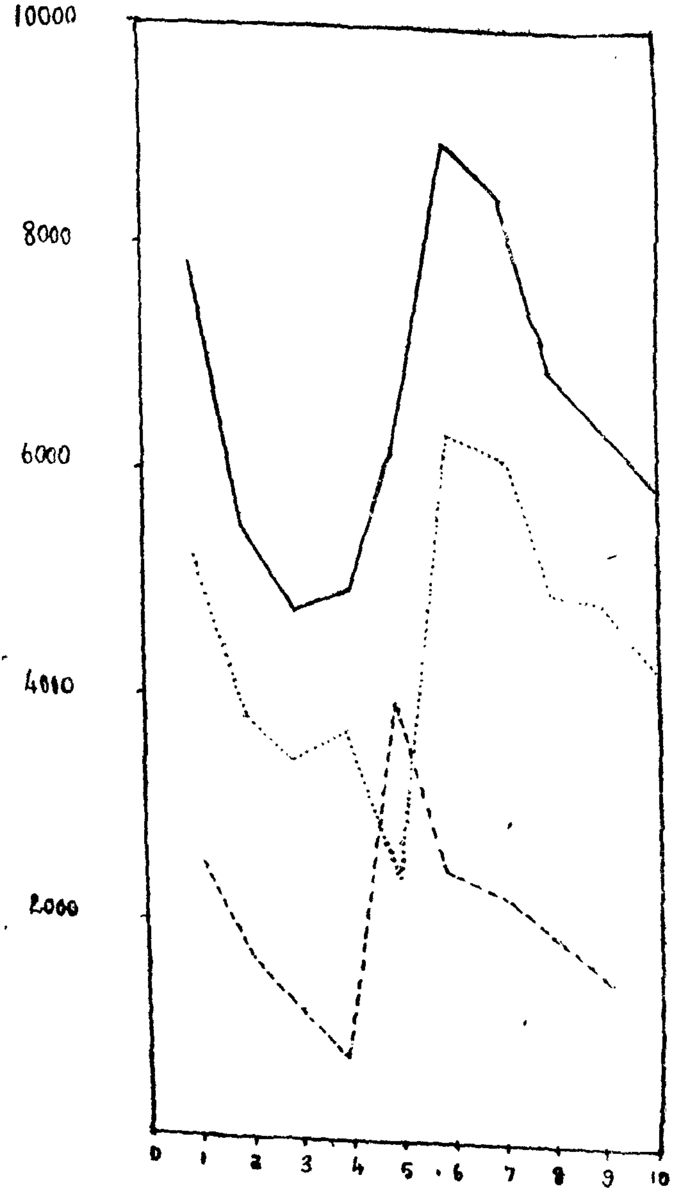
படம் 92

மாதிரி 524

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 10 ஆண்டுகளில் ஒரு வியாபாரத்தின் செலவு, மொத்த, நிகர இலாபங்கள் ஆகியவற்றைத் தருகிறது. இப்புள்ளி விவரங்களை ஒரு வரைபடத்தில் காட்டுக.

ஆண்டு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மொத்த இலாபம் (ரூபாயில்)	7800	5500	4800	4500	6500	8900	8500	7000	6500	6000
செலவு (ரூபாயில்)	2500	1700	1300	800	4000	2500	2300	2000	1600	1500
நிகர இலாபம் (ரூபாயில்)	5300	3800	3500	3700	2500	6400	6200	5000	4900	4500

(பி.காம்.—விக்ரம்—1961)



படம் 98

மாதிரி 525

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 600 மாணவர்கள் பொருளாதாரப் பாடத் தேர்வில் எடுத்த மதிப்பெண்களின் அலைவெண் பரவலைத் தருகிறது.

(i) அலைவெண் செவ்வகப் படத்தையும்,

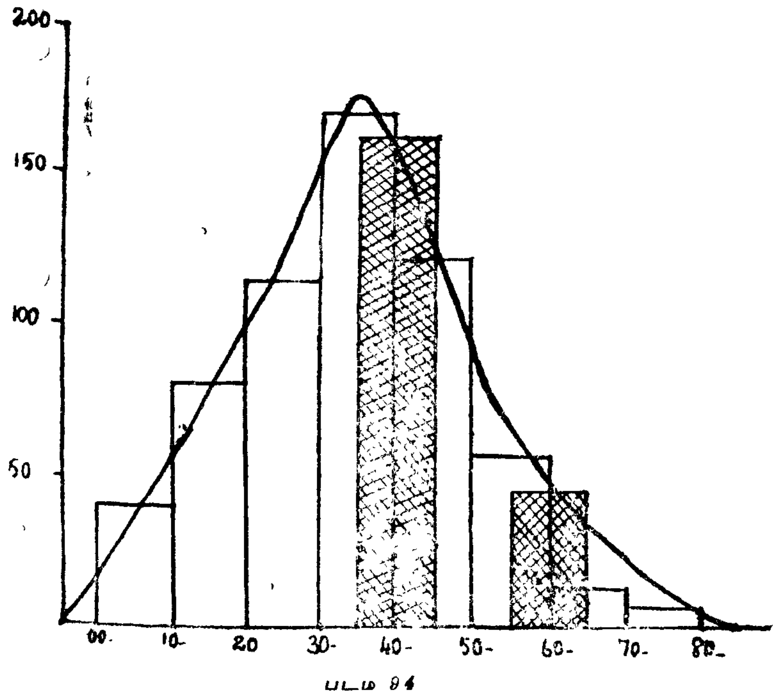
(ii) அலைவெண் வரைகோட்டையும்

வரைந்து காட்டுக.

பின்பு, 35-45, 55-65 என்ற இடைவெளிகளுக்கு இடையே மதிப்பெண் பெறும் மாணவர்கள் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடவும்.

மதிப்பெண்	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50
அலைவெண்	40	82	115	170	123

மதிப்பெண்	50—60	60—70	70—80	மொத்தம்
அலைவெண்	56	10	4	600



படம் 94

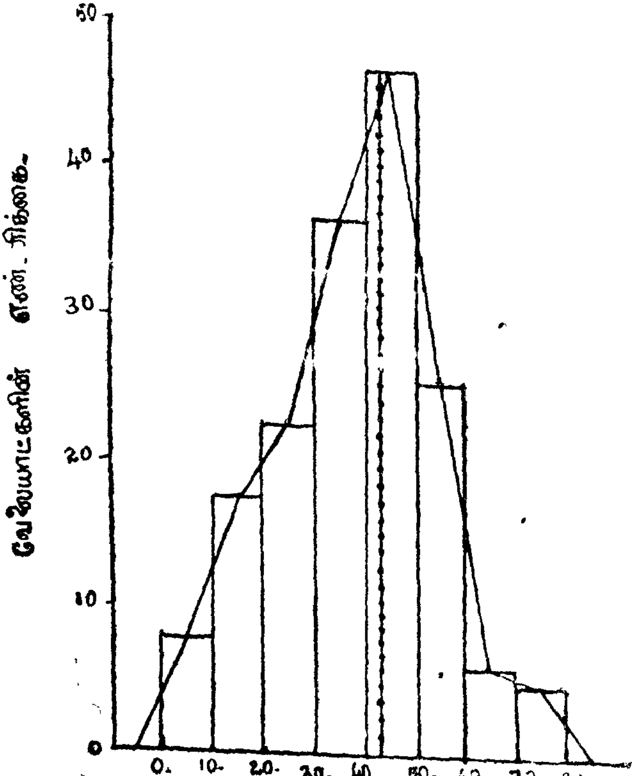
மாதிரி 525

கீழே தரப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு
(1) அலைவெண் செவ்வகப் படம்
(2) அலைவுப் பல கோணம்

ஆகியவற்றை வரைபடத்தாளில் வரைந்து முகட்டு மதிப்பைக் காண்.

உற்பத்தி (டன்னில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	8	18	23	37	47	26	6	5

(பி. காம்.—ஆக்ரா—1961)



படம் 95

மாதிரி 527

கீழே தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு

(i) அலைவெண் செவ்வகப்படம்

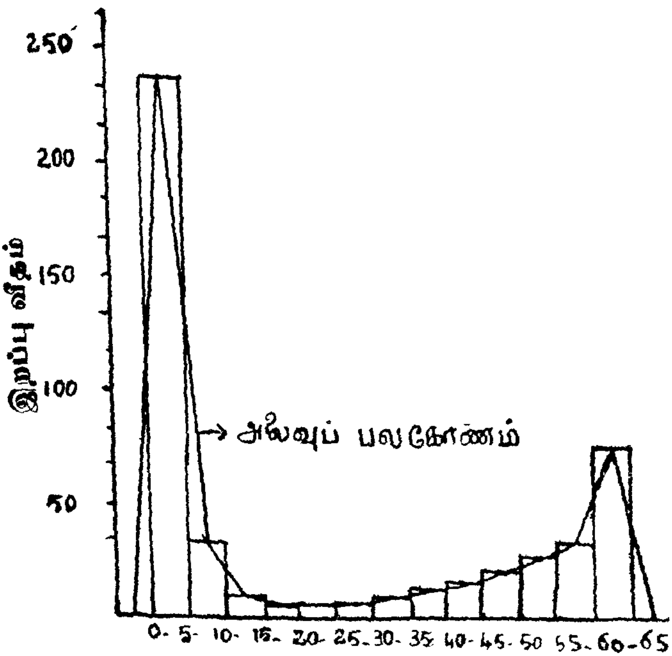
(ii) அலைவுப் பலகோணம்

ஆகியவற்றை வரைபடத் தாளில் வரையவும்.

வயது	0—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35
ஓர் இந்திய மாநிலத்தின் சரி செய்யப்பட்ட இறப்பு வீதம்	240	33	8·7	5·5	6·3	8·2	10·2

வயது	35—40	40—45	45—50	50—55	55—60	60-ம் 60-க்கு மேலும்
ஓர் இந்திய மாநிலத்தின் சரி செய்யப்பட்ட இறப்பு வீதம்	12·5	16·7	22	28	35	79

(ஆந்திரா—பல்கலை—1952)



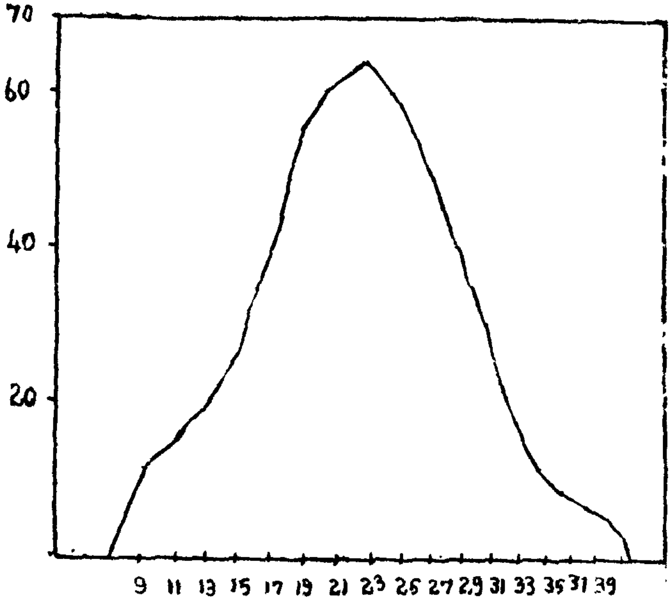
வயது

படம் 96

மாதிரி 528

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு அலைவுப் பலகோணம் வரைக :

பிரிவு x	அலைவெண் f	பிரிவு x	அலைவெண் f
8—10	12	24—26	60
10—12	15	26—28	53
12—14	19	28—30	42
14—16	26	30—32	31
16—18	38	32—34	18
18—20	55	34—36	10
20—22	61	36—38	7
22—24	64	38—40	5

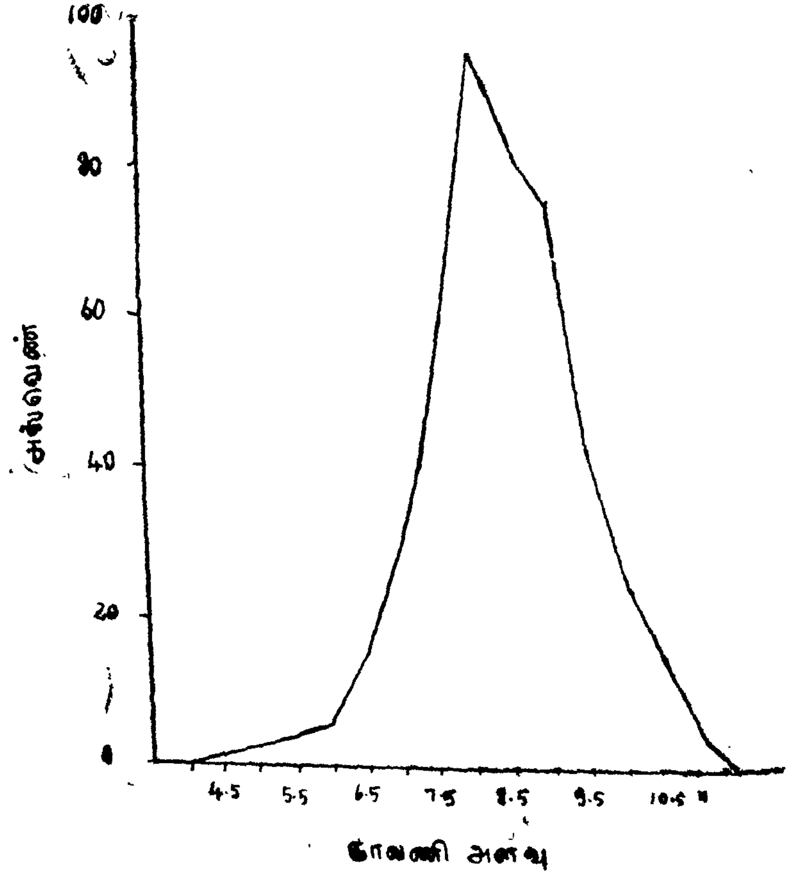


படம் 97

மாதிரி 529

கீழ்க்காணும் பட்டியல் காலணிகளின் தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி அலைவெண் பரவலைத் தருகிறது. பொருத்தமான முறையில் அலைவெண் பலகோணம் வரைக.

காலணி அளவு	4·5	5	5·5	6	6·5	7	7·5
அலைவெண்	1	2	4	5	15	30	60
காலணி அளவு	8	8·5	9	9·5	10	10·5	11
அலைவெண்	95	82	75	44	25	15	4



படம் 98

மாதிரி 530

'கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு

(i) அலைவெண் செவ்வகப்படம்

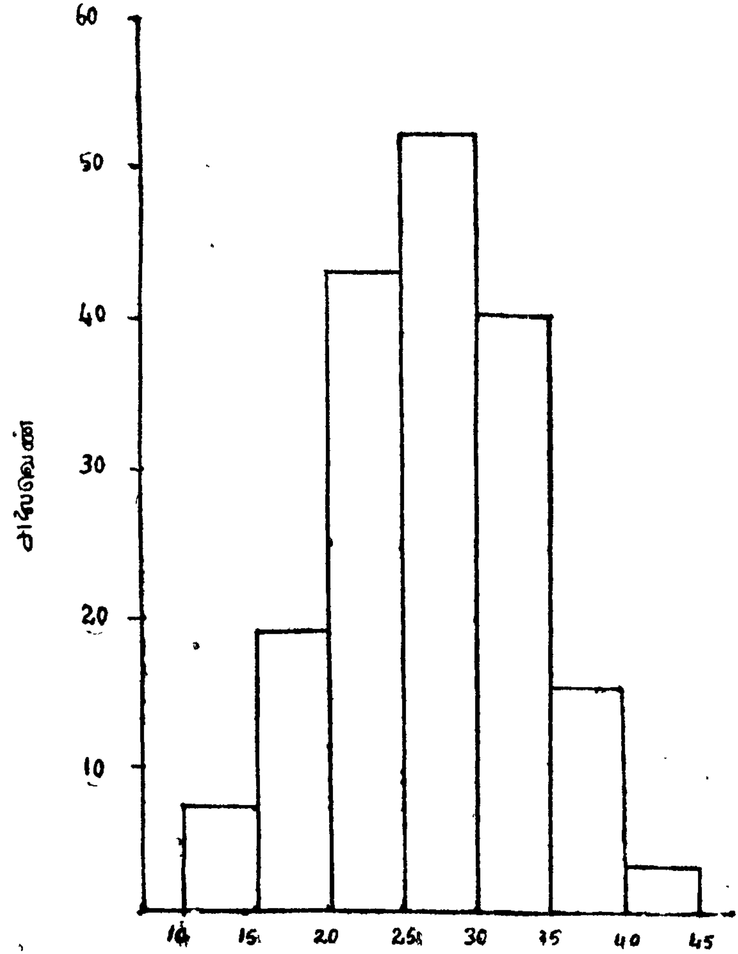
(ii) கீழ் இன ஓஜைவ்

ஆகிய வளைகோடுகள் வரைக.

f	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
x	7	19	43	52	40	15	3

(பி.எஸ்ஸி.—சென்னை—1972)

அலைவெண் செவ்வகப் படம்

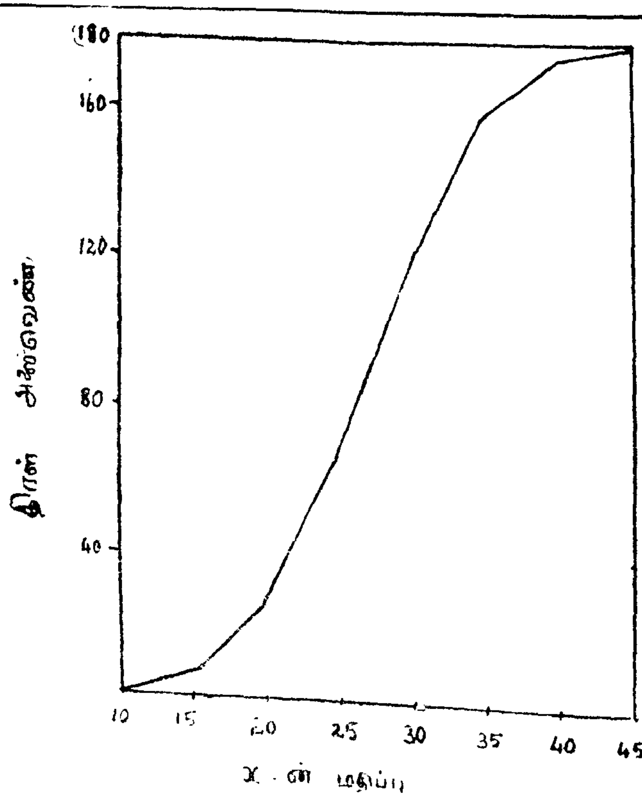


படம் 99

தீர்வு:

குவி அலைவெண் பட்டியல்:

x	f	cf
10—15	7	7
15—20	19	26
20—25	43	69
25—30	52	121
30—35	40	161
35—40	15	176
40—45	3	179



படம் 100

மாதிரி 531

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு,

(i) கால்மானங்கள்

(ii) கால்மான விலக்கங்கள்

ஆகியவற்றை வளைகோட்டு முறையில் காண்.

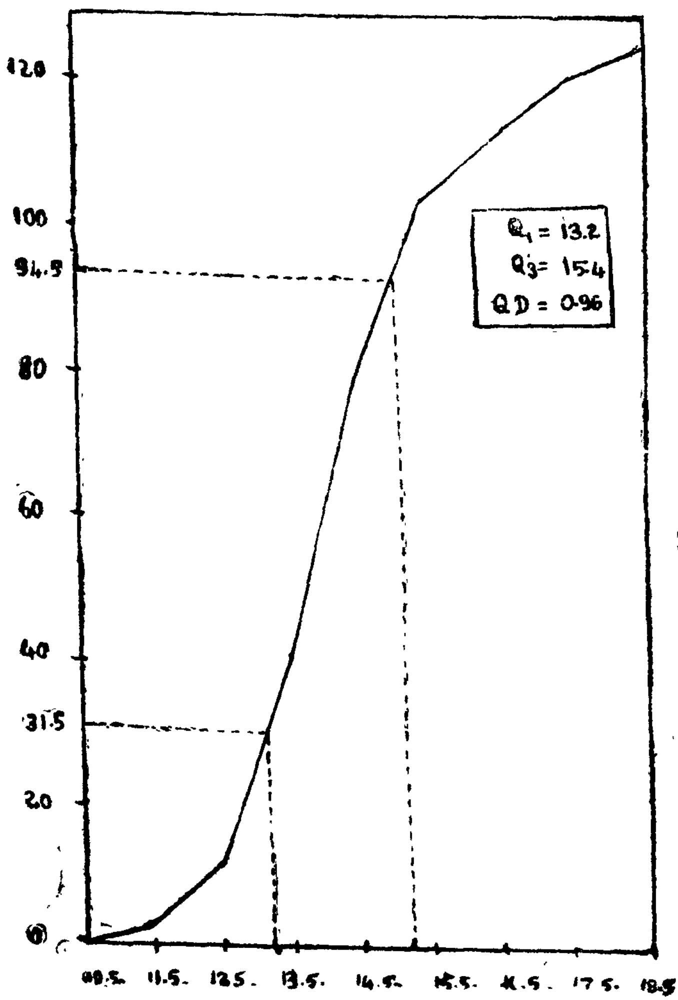
x வயது	11	12	13	14	15	16	17	18
f மாணவர் எண்ணிக்கை	3	9	28	39	25	10	7	4

(பி. ஏ.—சென்னை—1971)

தீர்வு:

குவி அலைவெண் பட்டியல்:

x வயது (ஆண்டுகள்)	f மாணவர் எண்ணிக்கை	$c\ f$
11	3	3
12	9	12
13	28	40
14	39	79
15	25	104
16	10	114
17	7	121
18	4	125


120
100
94.5
80
60
40
31.5
20
0
Q1 = 13.2
Q3 = 15.4
QD = 0.96
10.5
11.5
12.5
13.5
14.5
15.5
16.5
17.5
18.5

படம் 101

மாதிரி 532

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்கள் ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் வேலையாட்கள் வயதுப் பிரிவின் அலைவெண் பரவலாகும். திரள் அலைவெண் வளைகோட்டை வரைந்து, அதிலிருந்து 32, 42 என்ற வயதுகளின் இடைப்பட்ட வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடவும்.

வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
20—25	25	40—45	75
25—30	35	45—50	59
30—35	55	50—55	41
35—40	90	55—60	20

(பி. ஏ.—சென்னை—1972)

தீர்வு:

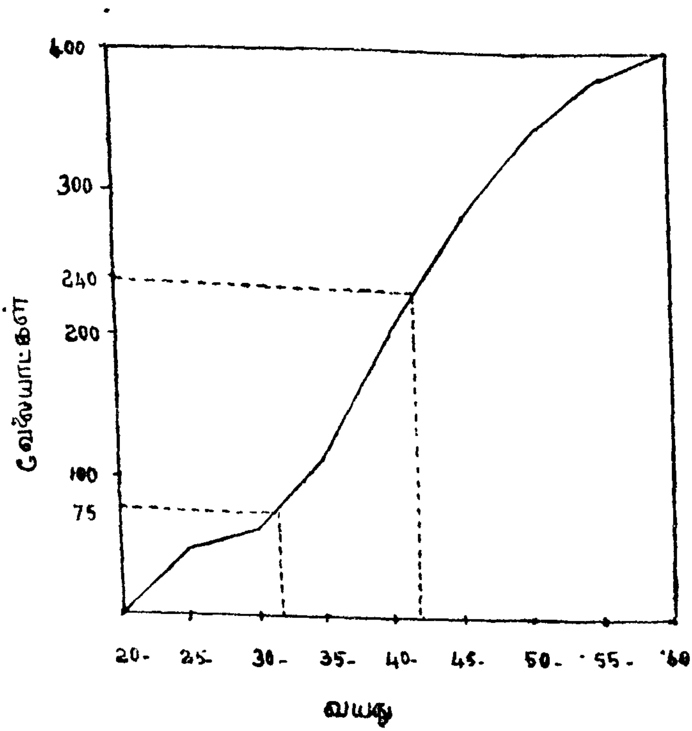
குவி அலைவெண் பட்டியல்:

வயது x	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை f	cf
20 — 25	25	25
25 — 30	35	60
30 — 35	55	115
35 — 40	90	205
40 — 45	75	280
45 — 50	59	337
50 — 55	41	380
55 — 60	20	400

32-42 என்ற வயதுப் பிரிவில் உள்ள தொழிலாளர்

எண்ணிக்கை 240-75 = **165.**

திரள் அலைவெண் வளைகோடு



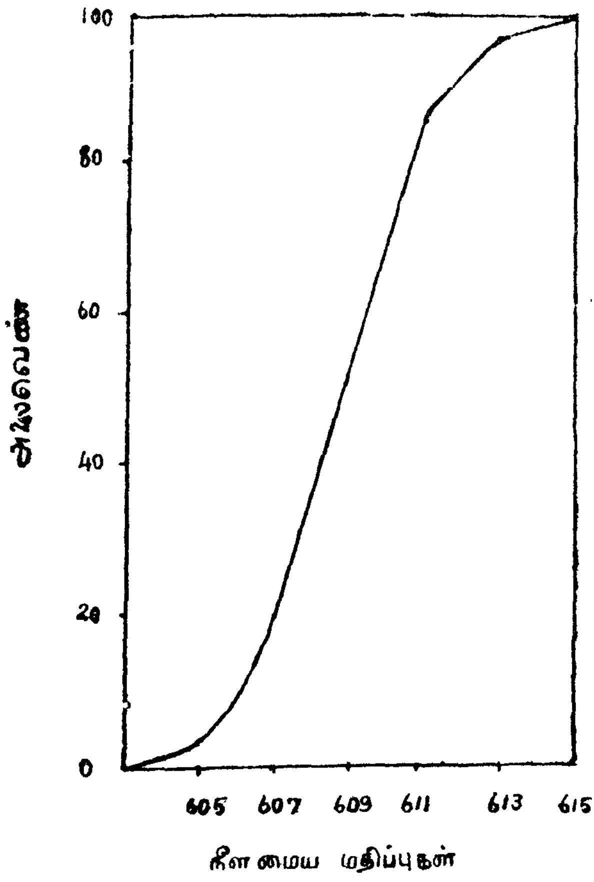
படம் 102

மாதிரி 533

உற்பத்தியான பொருள்களின் நீள அளவு (மில்லி மீட்டரில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

நீள மைய மதிப்புகள்	604	606	608	610	612	614
அலைவெண்	3	16	35	33	11	2

இதற்குரிய ஓஜைவ் வரைக. (சென்னை—பல்கலை)



படம் 108

மாதிரி 534

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, ஒஜைவ் வளைகோடு வரைந்து கீழ்க்காண்பவற்றைக் காண்.

(i) இடைநிலை (ii) கால்மானங்கள் (iii) முதல் நூற்றுமானம்.

செலவான பஞ்சு (1000 கண்டிகளில்)	0—2	2—4	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14	14—16	16—18	18—20	20-க்கு மேல்
நூற்பு ஆலைகள்	5	13	12	11	8	4	1	3	1	1	2

(பி. காம்.—அலிகார்—1952)

தீர்வு:

செலவான பஞ்சு (1000 கண்டிகளில்)	2க்குக் கீழ்	4க்குக் கீழ்	6க்குக் கீழ்	8க்குக் கீழ்	10க்குக் கீழ்	12க்குக் கீழ்	14க்குக் கீழ்	16க்குக் கீழ்	18க்குக் கீழ்	20க்குக் கீழ்	22க்குக் கீழ்
நூற்பு ஆலைகள்	5	18	30	41	49	53	54	57	58	59	61

இடைநிலை $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு $= \left(\frac{61+1}{4}\right)$ஆவது

i e., 31ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு.

முதல் கால்மானம் $= \left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு $= \left(\frac{61+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

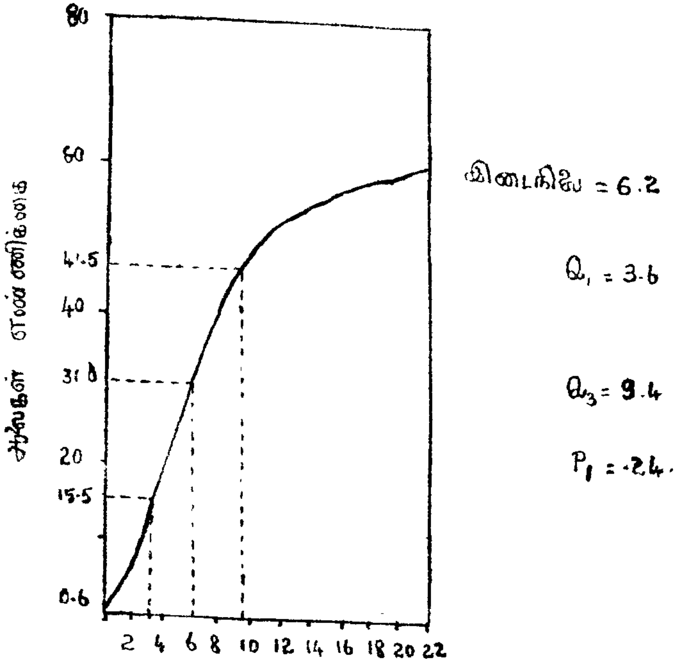
i e., 15·5ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

3ஆவது கால்மானம் $= 3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு $= 3\left(\frac{61+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

i e., 46·5ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

முதல் நூற்றுமானம் $= \left(\frac{n+1}{100}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு $= \left(\frac{61+1}{100}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

i. e., 0·6ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.



செலவாகிய பஞ்சு (1000 கண்டிகளில்)

படம் 104

மாதிரி 535

வேலையாட்கள் பிரிவின் மாதச் சம்பளத்தைக் காட்டி கீழ்க் காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு, திரள் அலைவெண் வளை கோட்டை வரைந்து கீழ்க்காணும் மதிப்புகளைக் கணக்கிடவும்.

(i) இடைநிலை

(ii) இரண்டு கால்மானங்கள்

(iii) முகடு

சம்பளம் (ரூபாயில்)	20	21	22	23	24	25	26	27	28
வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	8	10	11	16	20	25	15	9	6

(ஐ.ஏ.எஸ்.—1950)

தீர்வு

சம்பளம் (ரூபாயில்)	20	21	22	23	24	25	26	27	28
வேலையாட்கள் எண்ணிக்கை f	8	10	11	16	20	25	15	9	6
குவி அலைவெண்	8	18	29	45	65	90	105	114	120

இடைநிலை $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= \left(\frac{120+1}{2}\right)$ஆவது

(அல்லது) 60·5 ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

முதல் கால்மானம் $= \left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= \left(\frac{120+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

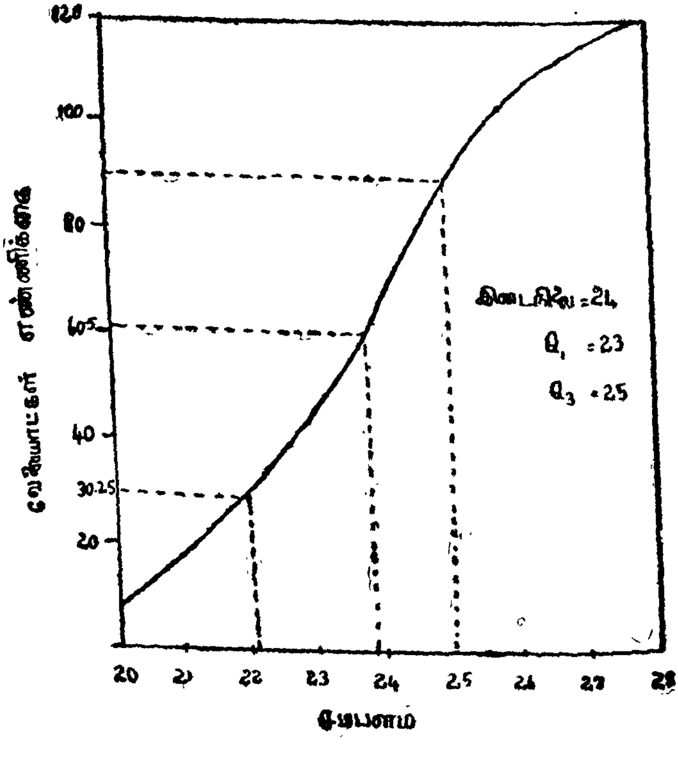
$= 30{\cdot}25$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

மூன்றாம் கால்மானம் $= 3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= 3\left(\frac{120+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

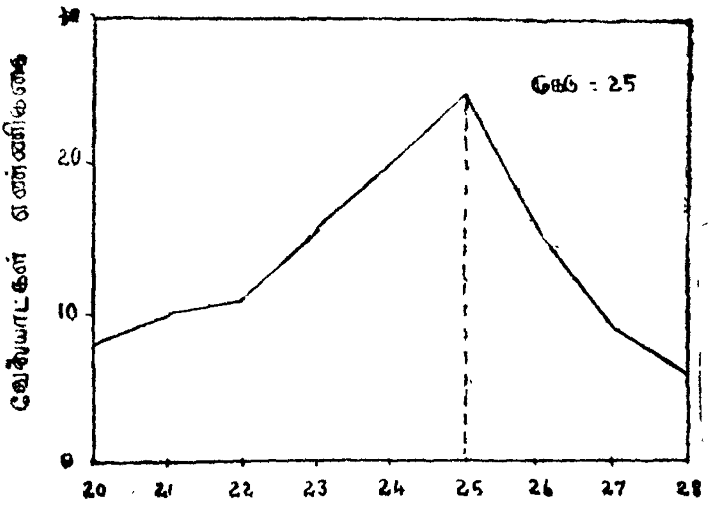
$= 90{\cdot}75$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

திரள் அலைவு வளைகோடு



படம் 106

முகடு காணும் வளைகோடு



படம் 108

மாதிரி 505

கீழ்க்காணும் பட்டியல் 1953ஆம் ஆண்டில் அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளில் அதிக விற்பனைப் புழக்கத்திலிருக்கும் 80 முன்னணி மாலைப்பதிப்பு தினத்தாள்களின் அலைவெண் பரவலைத் தருகிறது.

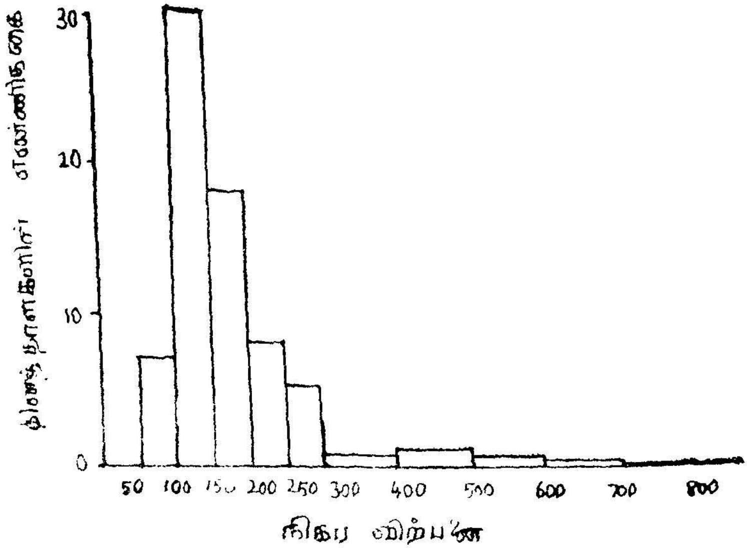
(i) அலைவெண் செவ்வகப் படம்

(ii) பரவலின் ஓஜைவ் வளைகோடு

ஆகியவற்றை வரைந்து இடைநிலையைக் காண்.

நிகர விற்பனை (ஆயிரத்தில்)	தினத் தாள்களின் எண்ணிக்கை	நிகர விற்பனை (ஆயிரத்தில்)	தினத் தாள்களின் எண்ணிக்கை
50 — 99	7	300 — 399	3
100 — 149	30	400 — 499	4
150 — 199	18	500 — 599	3
200 — 249	8	600 — 699	1
250 — 299	5	700 — 799	1

(பி.காம்.—சென்னை—1961)

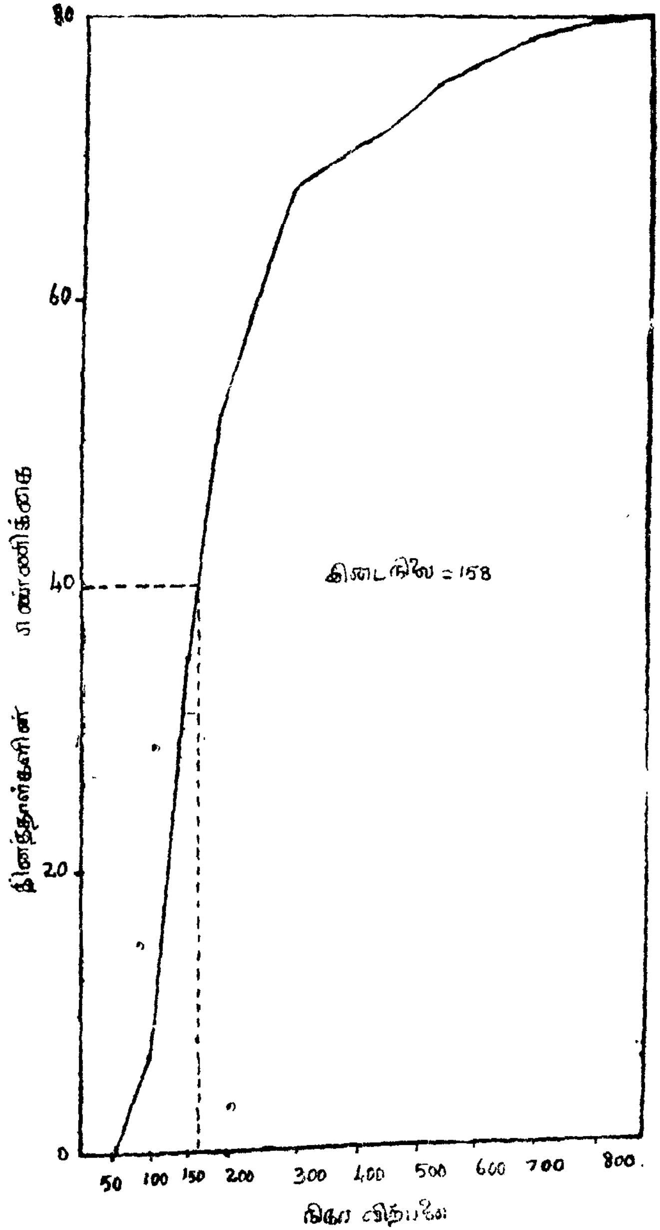


படம் 107

குவி அலைவெண் பட்டியல்:

நிகர விற்பனை (ஆயிரத்தில்)	தினத்தாள்களின் எண்ணிக்கை f	cf
50—99	7	7
100—149	30	37
150—199	18	55
200—249	8	63
250—299	5	68
300—399	3	71
400—499	4	75
500—599	3	78
600—699	1	79
700—799	1	80

கீழின ஓஜைவ்



படம் 108

மாதிரி 537

கீழ்க்காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ள மதிப்பெண்களின் பரவலுக்கு, திரள் அலைவெண் வளைகோடு வரையவும்.

மதிப்பெண்கள்	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25
அலைவெண்	7	10	16	32	24
மதிப்பெண்கள்	26—30	31—35	36—40	41—45	
அலைவெண்	18	10	5	1	

(i) இடைநிலை

(ii) கால் மானங்கள்

ஆகியவற்றைப் படத்தில் காட்டி, அளவைக் கணக்கிடவும்.

(பி. காம்.—ஆக்ரா—1959)

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள்	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25
அலைவெண்	7	10	16	32	24
குவி அலைவெண்	7	17	33	65	89
மதிப்பெண்கள்	26—30	31—35	36—40	41—45	
அலைவெண்	18	10	5	1	
குவி அலைவெண்	107	117	122	123	

இடைநிலை = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

= $\left(\frac{123+1}{2}\right)$ஆவது (அல்லது) 62ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

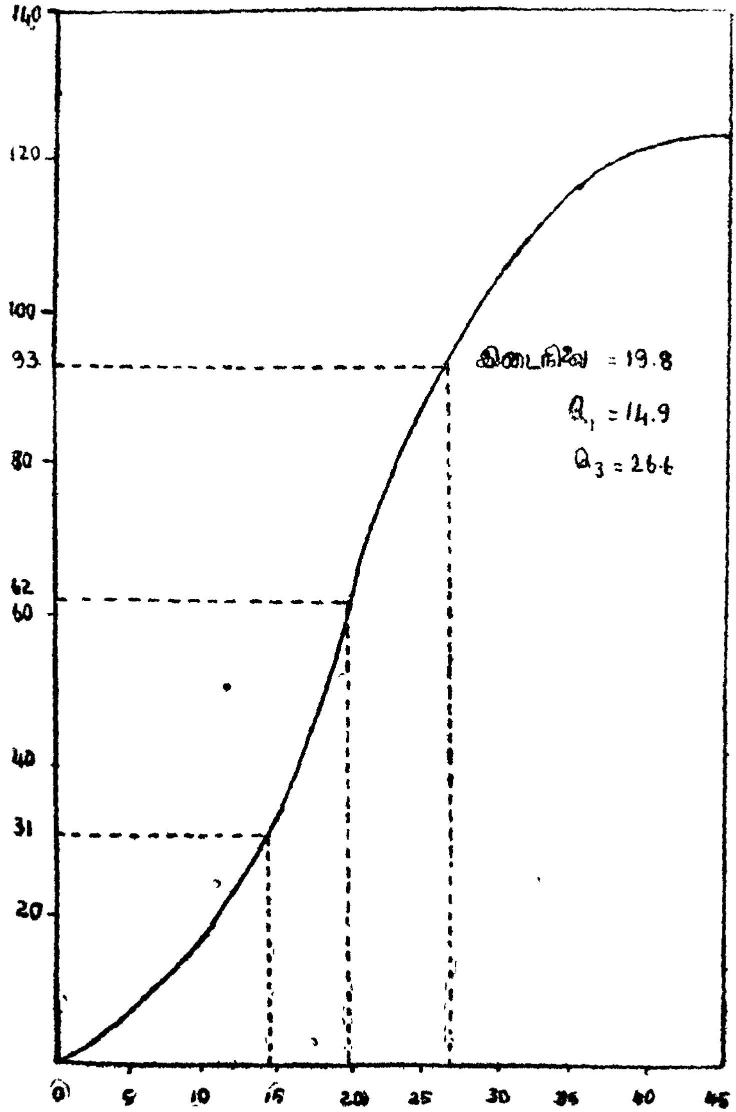
முதல் கால்மானம் = $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

= $\left(\frac{123+1}{4}\right)$ஆவது (அல்லது) 31ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

மூன்றும் கால்மானம் = $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

= $3\left(\frac{123+1}{4}\right)$ஆவது அல்லது 93ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.

திரள் அலைவெண் வளைகோடு



படம் 169

மாதிரி 538

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு நிறுவனத்தின் வேலையாட்களின் எண்ணிக்கைப் பரவலைத் தருகிறது. கொடுக்கப்பட்ட வயதை விட அதிக வயதுடையவர்களைக் காட்டும் வளைகோட்டு வரைபடம் வரையவும். இவ்வரைபடத்தின் உதவியால்

(i) 30, 40 வயதுகளுக்கு இடையே உள்ள

(ii) 60 வயதுக்கு அதிக வயதுடைய

வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

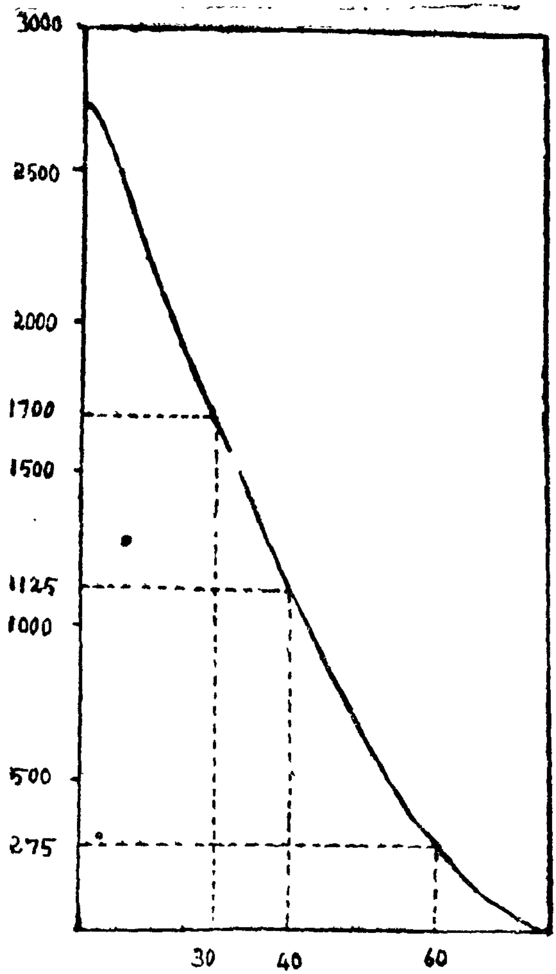
வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
12 — 14	9	35 — 45	546
14 — 16	106	45 — 55	464
16 — 18	145	55 — 65	286
18 — 20	148	65 — 70	81
20 — 25	320	70 — 75	49
25 — 35	577	மொத்தம்	2,731

(பி. காம்.—சென்னை)

தீர்வு:

குவி அலைவெண் பட்டியல்

வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை f	குவி அலைவெண (மேலிருந்து மேலாக) cf	வயது	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை f	குவி அலைவெண் (மேலிருந்து மேலாக) cf
12 — 14	9	2731	35 — 45	546	1426
14 — 16	106	2722	45 — 55	464	880
16 — 18	145	2616	55 — 65	286	416
18 — 20	148	2471	65 — 70	81	130
20 — 25	320	2323	70 — 75	49	49
25 — 30	577	2003			



படம் 110

மேலினத் திரள் அலைவெண்

60 வயதுக்கு மேல் = 275 வேலையாட்கள்

30-40 வயதுக்கிடையே = 1700 − 1125

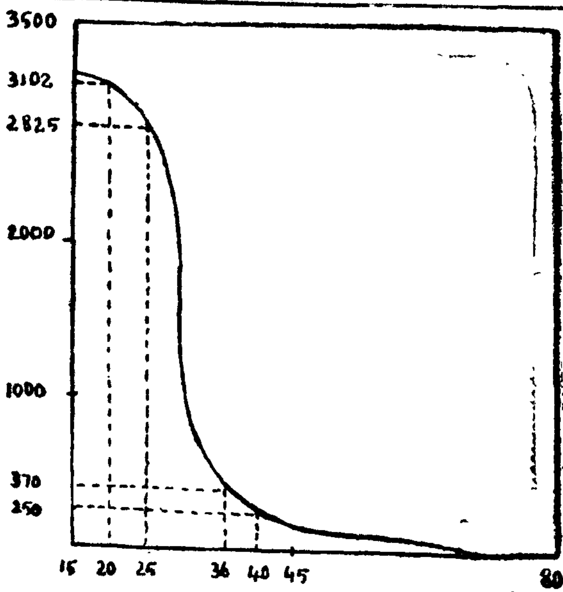
= 575 வேலையாட்கள்

மாதிரி 539

பின்காணும் 3,154 மணமானவர்களின் வயதுப் பரவலுக்கு வரைபடம் வரைந்து 20-25, 36-40 என்ற வயதுப் பிரிவி

விருக்கும் மணமானவர்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடவும்.

வயது	மணமானவர்களின் எண்ணிக்கை	வயது	மணமானவர்களின் எண்ணிக்கை
15-க்கு மேல்	3,154	55-க்கு மேல்	92
20 ,,	3,102	65 ,,	32
30 ,,	1,971	70 ,,	12
35 ,,	416	80 ,,	1
45 ,,	194		



படம் 111
மேலினத் திரள் அலைவு எண் வளைகோடு

20-25 வயதுப் பிரிவிலிருக்கும் மணமானவர்கள்
= 3102 − 2825 = 277 (தோராயமாக)

36-40 வயதுப் பிரிவிலிருக்கும் மணமானவர்கள்
= 370 − 250 = 120 (தோராயமாக)

மாதிரி 540

ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்பவர்களின் (கீழே கொடுத்துள்ள) புள்ளி விவரத்திற்கு ஓகைவ் வரையவும்.

வயது	15-19	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	55-59
சதவீதம்	2·4	10·9	28·5	19·2	13·4	10·8	8·9	5·2	0·7

வரையப்பட்ட வரைபடம் மூலம்,

(i) இடைநிலை,

(ii) கால்மானங்கள்

ஆகியவற்றைக் காண்.

(திருவனந்தபுரம்—பி.க.)

தீர்வு:

குவி அலைவெண் பட்டியல்:

வயது	15-19	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	55-59
சதவீதம்	2·4	10·9	28·5	19·2	13·4	10·8	8·9	5·2	0·7
குவி அலை வெண்	2·4	13·3	41·8	61·0	74·4	85·2	94·1	99·3	100·0

இடைநிலை $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= \left(\frac{100+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= 50·5$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

முதல் கால்மானம் $= \left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

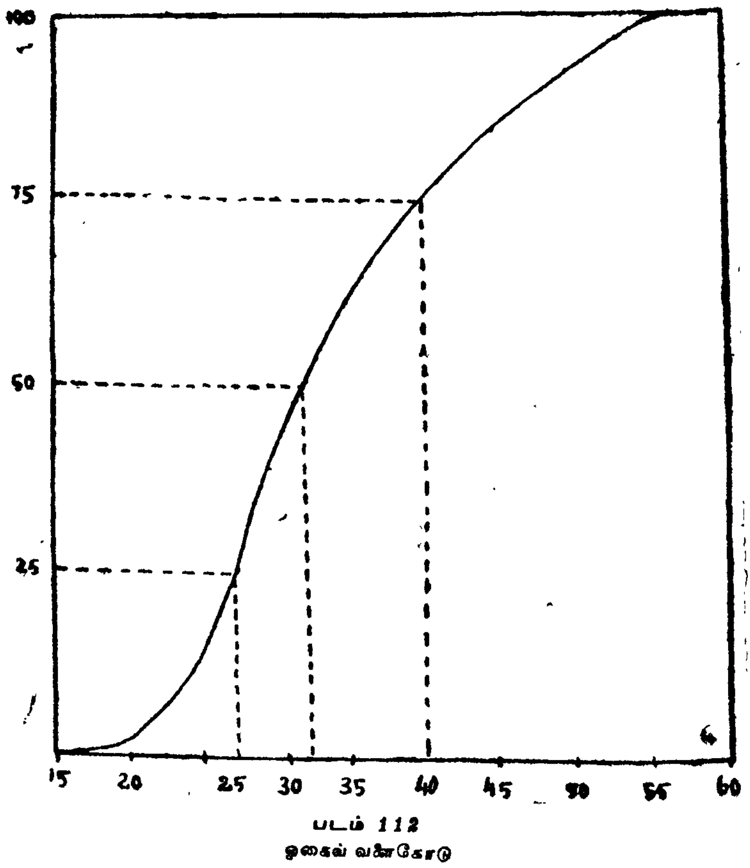
$= \left(\frac{100+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$=$ 25·25ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

மூன்றும் கால்மானம் $= 3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$= 3\left(\frac{100+1}{4}\right)$ஆவது உறுப்பு மதிப்பு

$=$ 75·75ஆவது உறுப்பு மதிப்பு.



படம் 112

ஓகைவ் வளைகோடு

(i) இடைநிலை $= 32{\cdot}1$, $Q_1 = 27{\cdot}0$, $Q_3 = 40{\cdot}3$.

மாதிரி 541

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்கு ஒரு திரள் அலைவெண் வளைகோடு வரைந்து, அதன் மூலம் 30—32 என்ற வயதுப் பிரிவின் இடையே விழும் ஆட்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடவும்.

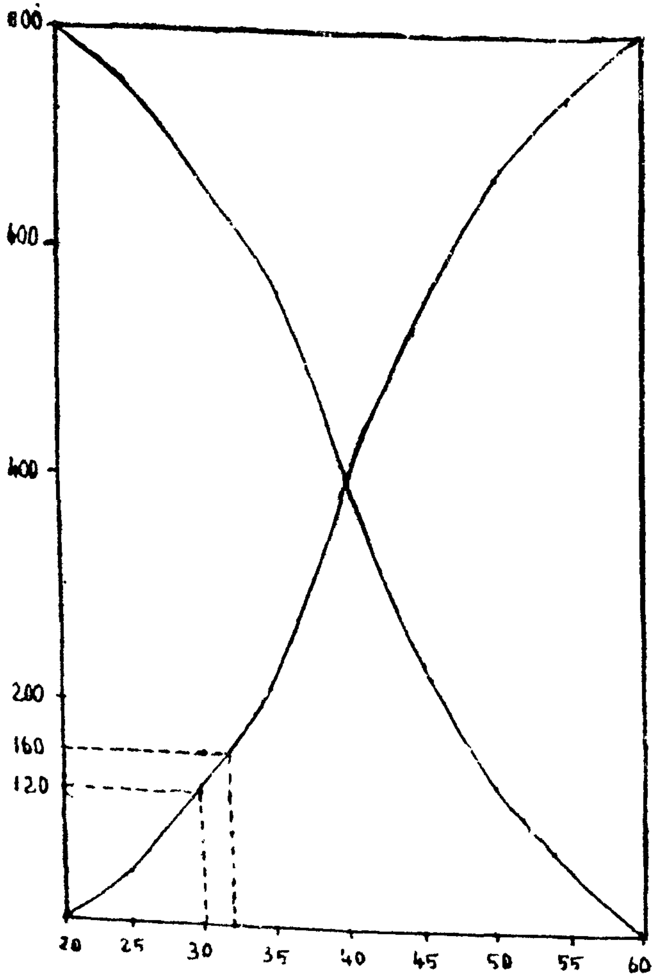
வயது	ஆட்களின் எண்ணிக்கை	வயது	ஆட்களின் எண்ணிக்கை
20—25	50	40—45	150
25—30	70	45—50	120
30—35	100	50—55	70
35—40	180	55—60	59

(பி.காம்.—ஆக்ரா)

தீர்வு:

குவி அலைவெண் பட்டியல் :

வயது	ஆட்களின் எண்ணிக்கை f	கீழினத்திரள் அலைவெண் cf	மேலினத்திரள் அலைவெண் cf
20—25	50	50	799
25—30	70	120	549
30—35	100	220	679
35—40	180	400	579
40—45	150	550	399
45—50	120	670	249
50—55	70	740	129
55—60	59	799	59



படம் 118

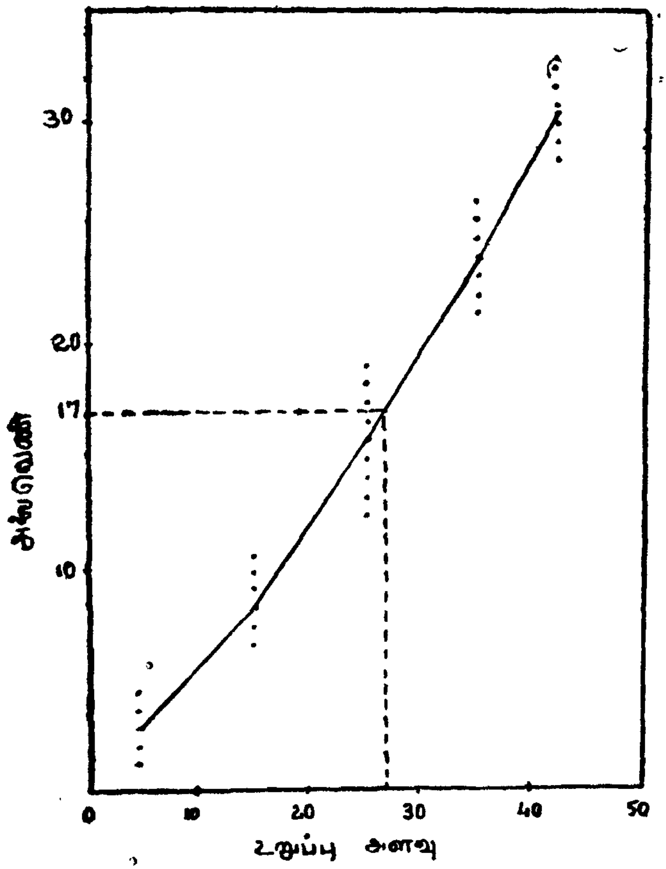
கீழின மேலினத் திரள் அலைவெண் வளைகோடுகள்

30-32 வயதுப் பிரிவிடையே உள்ள ஆட்கள் = 40

மாதிரி 542

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்குக் கால்டன் வளைகோடு வரைந்து இடைநிலையைக் காண்.

உறுப்பின் அளவு	0— 0	10—20	20—30	30—40	40—50
அலைவெண்	5	6	9	7	6



படம் 114

இடைநிலை காணும் கால்டன் வரைகோடுகள்

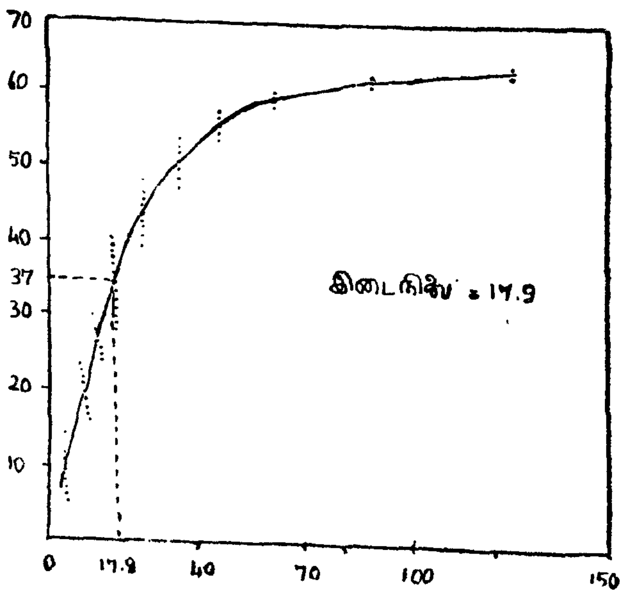
இடைநிலை = 26·6

மாதிரி 543

கீழ்க்காணும் பட்டியல் வெவ்வேறு வாடகைப் பிரிவு கொண்ட வீடுகளில் வசிக்கும் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கையைத் தருகிறது. கால்டன் முறையில் இடைநிலை கணக்கிட்டு ஒரு குடும்பம் சராசரியாகக் கொடுக்கும் வாடகையைக் கணக்கிடுக.

மாத வாடகை	0—5	5—10	10—15	15—20	20—30
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	10	9	7	12	10
மாத வாடகை	30—40	40—50	50—70	70—100	100—150
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	6	4	3	2	2

கால்டன் வளைகோடு

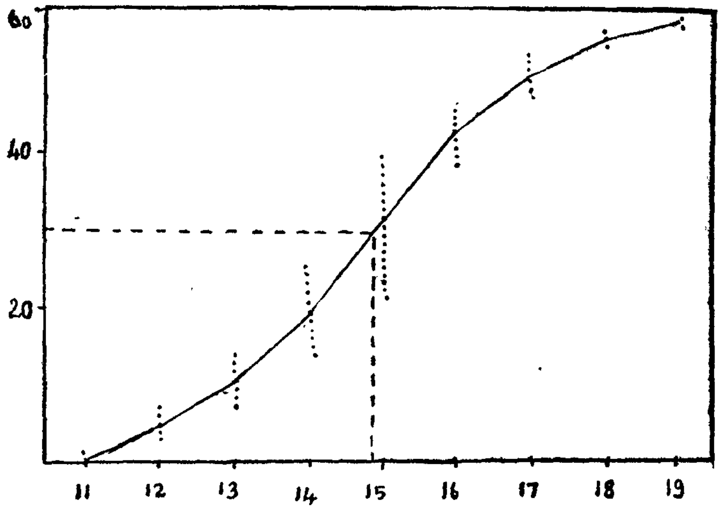


படம் 115

மாதிரி 544

கீழ்க்காணும் அலைவெண் பரவலுக்குக் கால்டன் வளைகோடு வரைந்து இடைநிலையைக் காண்.

உறுப்பு அளவு	11	12	13	14	15	16	17	18	19
அலைவெண்	1	5	7	11	15	9	6	3	2



படம் 116

இடைநிலை காட்டும் கால்டன் வளைகோடு

இடைநிலை = 14·9

மாதிரி 545

கீழ்க்காணும் பட்டியல் ஒரு தொழிற்சாலையின் வேலையாட்களின் வாரக் கூலியைத் தருகிறது:

கூலி (ரூபாயில்)	15	20	25	30	35	40	45
வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	20	50	80	32	12	4	2

மேல்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு லாரன்ஸ் வளைகோடு வரைந்து அதிலிருந்து மொத்தக் கூலியில் பாதிக் குறைந்த கூலி வாங்கும் வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையைச் சதவீதத்தில் தெரிவி.

தீர்வு

மொத்தக் கூலி கணக்ிடல் :

கூலி மொத்தம்	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
300	20
1000	50
2000	80
960	32
420	12
160	4
90	2

தீர்வு:

திரள் மதிப்புகள் காணும் பட்டியல் :

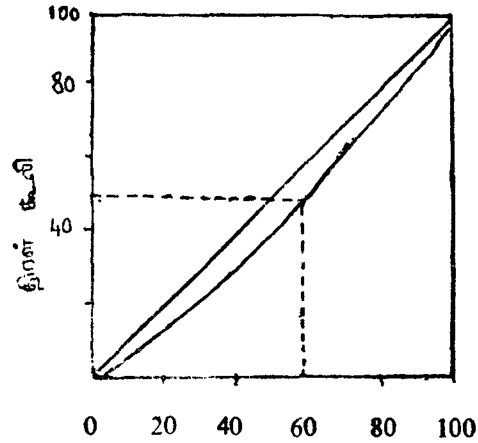
திரள் கூலி	வேலையாட்களின் திரள் எண்ணிக்கை
300	20
1300	70
3300	150
4260	182
4680	194
4840	198
4930	200

தீர்வு:

சதவீதத் திரள் மதிப்பு காணும் பட்டியல் :

திரள் கூலி %	வேலையாட்களின் திரள் எண்ணிக்கை %
6·09	10
26·4	35
66·9	75
86·4	91
94·9	97
98·2	99
100·0	100

லாரன்ஸ் வளைகோடு



படம் 117

மொத்தக் கூலியில் பாதிக் குறைந்த கூலி
வாங்கும் வேலையாட்களின் சதவீதம் = 58·6%

மாதிரி 546

கீழ்க்காணும் 1931 ஆம் ஆண்டு பிரிட்டிஷ் இந்தியாவின் ஆண்களின் சதவீத வயதுப் பரவலுக்கு லாரன்ஸ் வளைகோடு வரையவும்.

வயது	ஆண்கள்	வயது	ஆண்கள்
0—10	28·0	50—60	5·6
10—20	20·9	60—70	2·7
20—30	17·7	70—80	1·1
30—40	14·3	சராசரி	23·2
40—50	9·7		

(எம். ஏ.—பாட்னா—1940)

தீர்வு:

மொத்த வயது காணும் பட்டியல்:

வயது	மொத்த வயது	ஆண்கள்
5	140·0	28·0
15	313·5	20·9
25	442·5	17·7
35	500·5	14·3
45	436·5	9·7
55	308·0	5·6
65	175·5	2·7
75	82·5	1·1

தீர்வு:

திரள் மதிப்புகள் காணும் பட்டியல்:

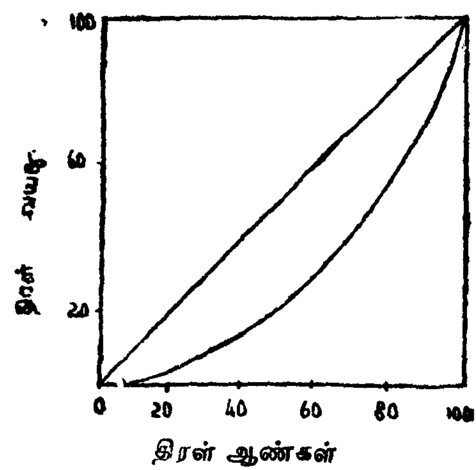
திரள் வயது	திரள் ஆண்கள்
140·0	28·0
453·5	48·9
896·0	66·6
1396·5	80·9
1833·0	90·6
2141·0	96·2
2316·5	98·9
2399·0	100·0

தீர்வு:

சதவீதத் திரள் மதிப்பு காணும் பட்டியல்:

திரள் வயது %	திரள் ஆண்கள் %
5·8	28·0
18 9	48·9
37·3	66·6
58·2	80·9
76·4	90·6
89·2	96·2
96·4	98·9
100·0	100·0

லாரன்ஸ் வளைகோடு.



படம் 117

மாதிரி 547

ஒரே வரைபடத்தில் கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு லாரன்ஸ் வளைகோடு வரைந்து ஒப்பிடவும்.

இலாபம் (ஆயிரம் ரூபாய்களில்)	நிறுவனங்கள் எண்ணிக்கை	
	மாநிலம் *A*	மாநிலம் *B*
6	6	2
25	11	38
60	13	52
84	14	28
105	15	28
150	17	26
170	10	12
400	14	14

தீர்வு:

மொத்த இலாபம் கணக்கிடல்:

மாநிலம் *A*		மாநிலம் *B*	
மொத்த இலாபம் (1000 ரூபாய் களில்)	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த இலாபம் (1000 ரூபாய் களில்)	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை
36	6	12	2
275	11	950	38
780	13	3120	52
1176	14	2352	28
1575	15	2940	28
2550	17	3900	26
1700	10	1040	12
5600	14	5600	14

தீர்வு:

திரள் மதிப்புகள் கணக்கிடல் :

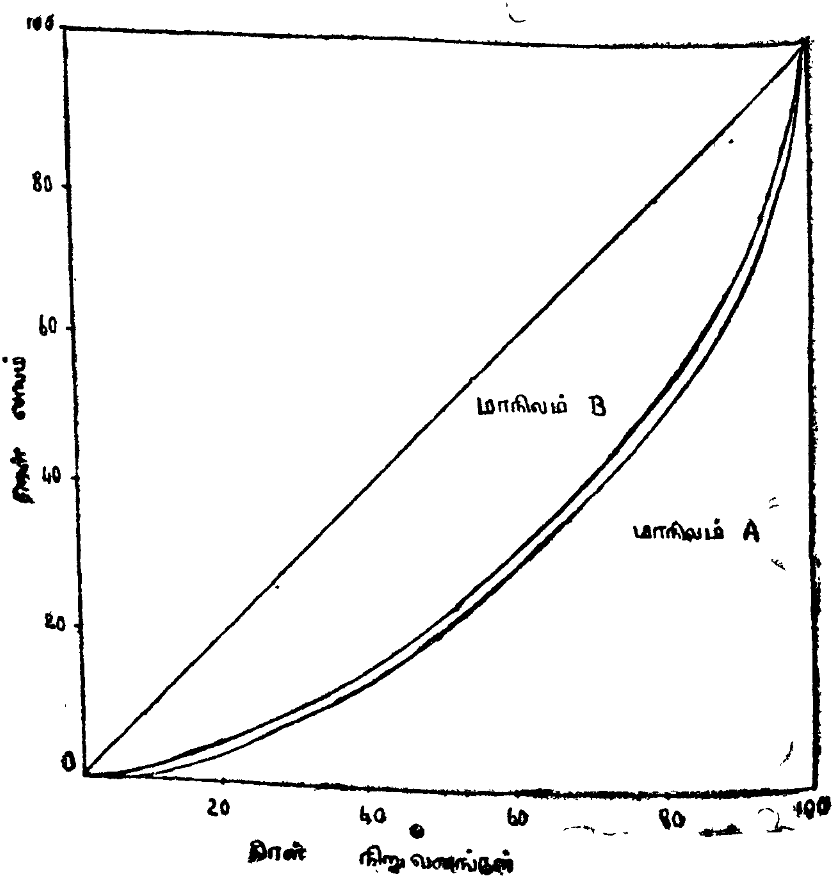
மாநிலம் *A*		மாநிலம் *B*	
திரள் இலாபம் (1000 ரூபாய்களில்)	நிறுவனங்களின் திரள் எண்ணிக்கை	திரள் இலாபம் (1000 ரூபாய்களில)	நிறுவனங்களின் திரள் எண்ணிக்கை
36	6	12	2
311	17	962	38
1091	30	4082	52
2267	44	6434	28
3842	59	9374	28
6392	76	13274	26
8092	86	14314	12
13692	100	19914	14

தீர்வு:

சதவீதத்தின் மதிப்பு கணக்கிடல் :

மாநிலம் *A*		மாநிலம் *B*	
திரள் இலாபம் %	நிறுவனங்களின் திரள் எண்ணிக்கை %	திரள் இலாபம் %	நிறுவனங்களின் திரள் எண்ணிக்கை %
0·3	6	0·0	1
2·3	17	4·6	20
8·0	30	19·5	46
16·9	44	30·8	60
28·1	59	44·8	74
46·7	76	63·5	87
59·1	86	73·5	93
100·0	100	100·0	100

லாரன்ஸ் வளைகோடு.



படம் 118

மாதிரி 548

கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு ஒரே வரைபடத்தில் லாரன்ஸ் வளைகோடுகள் வரையவும். (1) கணக்கு (2) ஆங்கிலக் கட்டுரை ஆகிய பாடங்களில் எடுத்த மதிப்பெண்களின் அமைப்பை விவரி.

மதிப்பெண்களின் மத்திய மதிப்பு	மாணவ எண்ணிக்கை		மதிப்பெண்களின் மத்திய மதிப்பு	மாணவ எண்ணிக்கை	
	கணக்கு	ஆங்கிலக் கட்டுரை		கணக்கு	ஆங்கிலக் கட்டுரை
5	12	1	55	28	42
15	10	—	65	20	10
25	12	28	75	13	—
35	15	50	85	10	2
45	21	59	95	9	8

தீர்வு

மொத்த மதிப்பெண்கள் காணும் பட்டியல் :

மதிப்பெண்கள்	கணக்கு		ஆங்கிலக் கட்டுரை	
	மொத்த மதிப்பெண்கள்	மாணவர்கள்	மொத்த மதிப்பெண்கள்	மாணவர்கள்
5	60	12	5	1
15	150	10	—	—
25	300	12	700	28
35	525	15	1750	50
45	945	21	2655	59
55	1540	28	2310	42
65	1300	20	650	10
75	975	13	—	—
85	850	10	170	2
95	855	9	760	8

தீர்வு:

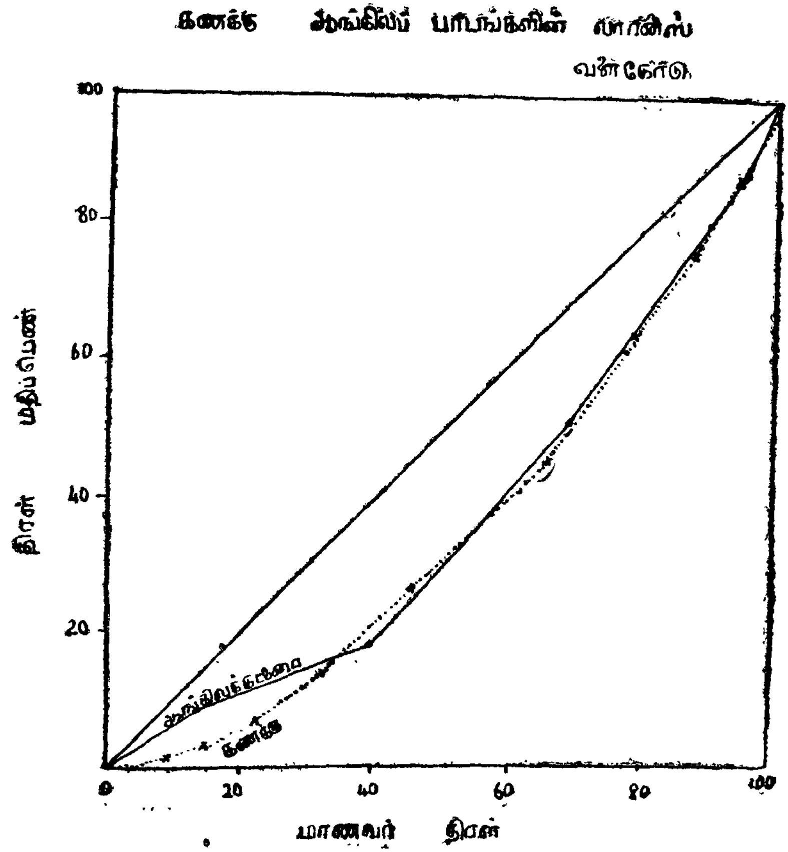
திரள் மதிப்புகள் காணும் பட்டியல்:

கணக்கு		ஆங்கிலக்கட்டுரை	
திரள் மதிப் பெண்கள்	மாணவத் திரள்	திரள் மதிப் பெண்கள்	மாணவத் திரள்
60	12	5	1
210	22	5	1
510	34	705	29
1035	49	1455	79
1980	70	4110	138
3520	98	6420	180
4820	118	7070	190
5795	131	7070	190
6645	141	724)	192
7500	150	8000	200

தீர்வு:

சதவீதத் திரள் மதிப்பு காணும் பட்டியல்:

கணக்கு		ஆங்கிலக் கட்டுரை	
திரள் மதிப் பெண்கள் %	மாணவத் திரள் %	திரள் மதிப் பெண்கள் %	மாணவத் திரள் %
0·8	8	0·06	0·5
2·8	14·7	0·06	0·5
6·8	22·7	8·8	14·5
13 8	32·7	18·2	39·5
26·4	46·7	51·4	69·0
46·9	65·3	80·3	90 0
64·3	78·7	88·4	95·0
77·3	87·3	88 4	95·0
88·6	94·0	90·5	96 0
100·0	100 0	100·0	100 0


கணக்கு ஆங்கிலப் பாடங்களின் லாரன்ஸ்
வளை கோடு
100
80
60
40
20
0
20
40
60
80
100
திரள் மதிப்பெண்
மாணவர் திரள்
ஆங்கிலக்கோடு
கணக்கு

படம் 120

மாதிரி 549

இரு வகுப்பு மாணவர்கள் ஆங்கிலத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு:

சராசரி மதிப்புகள்	மாணவர்கள்	
	வகுப்பு *A*	வகுப்பு *B*
35	20	25
40	22	20
45	16	10
50	15	16
60	8	5
70	2	1

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு ஏற்ற லாரன்ஸ் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:

மொத்த மதிப்பெண் காணும் பட்டியல்:

சராசரி மதிப் பெண்	வகுப்பு *A*		வகுப்பு *B*	
	மொத்த மதிப் பெண்	மாணவர் கள்	மொத்த மதிப் பெண்	மாணவர் கள்
35	700	20	875	25
40	880	22	800	20
45	720	16	450	10
50	1250	25	600	12
60	780	13	300	5
70	280	4	210	3

தீர்வு:

திரள் மதிப்புகள் காணும் பட்டியல்:

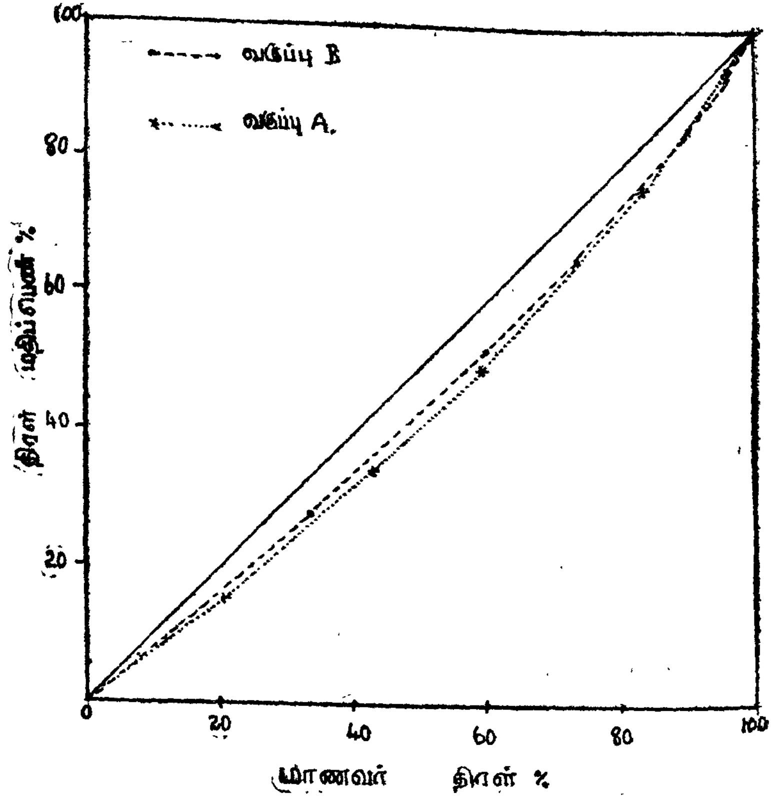
வகுப்பு *A*		வகுப்பு *B*	
திரள் மதிப் பெண்கள்	மாணவத் திரள்	திரள் மதிப் பெண்கள்	மாணவத் திரள்
700	20	875	25
1580	42	1675	45
2300	58	2125	55
3550	83	2725	67
4330	96	3025	72
4610	100	3235	75

தீர்வு:

சதவீதத் திரள் மதிப்புகள் காணும் பட்டியல்:

வகுப்பு *A*		வகுப்பு *B*	
திரள் மதிப் பெண்கள் %	மாணவத் திரள்%	திரள் மதிப் பெண்கள்%	மாணவத் திரள்%
15·2	20	27·4	33·3
34·3	42	52·1	60·0
49·9	58	65·7	73·3
77·0	83	84·2	89·3
93·9	96	93·5	96·0
100·0	100	100·0	100·0

லாரன்ஸ் வளைகோடுகள்



படம் 121

மடக்கை

(Logarithms)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
											Mean Differences								
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9235	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

எதிர்மடக்கை

(Ant-Logarithms)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
											Mean Differences								
·00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
·01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
·02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
·03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
·04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
·05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
·06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
·07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
·08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
·09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
·10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
·11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
·12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
·13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
·19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
·20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
·21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
·22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
·23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
·24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
·25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
·26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
·27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
·28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
·34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
·35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
·36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
·37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
·38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
·39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
·40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
·41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
·42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
·43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
·44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
·45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
·46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
·47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
·48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
·49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
·50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
·51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
·52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
·53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
·54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
·55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
·56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
·57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
·58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
·59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
·60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
·61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
·66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
·67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
·68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
·69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
·70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
·71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
·72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
·73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
·74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
·75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
·76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
·77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
·78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
·79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
·80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
·81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
·82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
·83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
·84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
·85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
·86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
·87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
·88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
·89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
·90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
·91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
·92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
·93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
·94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
·95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
·96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
·97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
·98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
·99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

வர்க்கங்கள், மூலங்கள், தலைகீழ்ப் பின்னங்கள்
POWERS, ROOTS AND RECIPROCALS

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$
1	1	1	1	1	3·162	2·154	4·642	1
2	4	8	1·414	1·260	4·472	2·714	5·848	·5000
3	9	27	1·732	1·442	5·477	3·107	6·694	·3333
4	16	64	2	1·587	6·325	3·420	7·368	·2500
5	25	125	2·236	1·710	7·071	3·684	7·937	·2000
6	36	216	2·449	1·817	7·746	3·915	8·434	·1667
7	49	343	2·646	1·913	8·367	4·121	8·879	·1429
8	64	512	2·828	2·000	8·944	4·309	9·283	·1250
9	81	729	3·000	2·080	9·487	4·481	9·655	·1111
10	100	1000	3·162	2·154	10·000	4·642	10·000	·1000
11	121	1331	3·317	2·224	10·488	4·791	10·323	·09091
12	144	1728	3·464	2·289	10·954	4·932	10·627	·08333
13	169	2197	3·606	2·351	11·402	5·066	10·914	·07692
14	196	2744	3·742	2·410	11·832	5·192	11·187	·07143
15	225	3375	3·873	2·466	12·247	5·313	11·447	·06667
16	256	4096	4·000	2·520	12·649	5·429	11·696	·06250
17	289	4913	4·123	2·571	13·038	5·540	11·935	·05882
18	324	5832	4·243	2·621	13·416	5·646	12·164	·05556
19	361	6859	4·359	2·668	13·784	5·749	12·386	·05263
20	400	8000	4·472	2·714	14·142	5·848	12·599	·0500
21	441	9261	4·583	2·759	14·491	5·944	12·806	·04762
22	484	10648	4·690	2·802	14·832	6·037	13·006	·04545
23	529	12167	4·796	2·844	15·166	6·127	13·200	·04348
24	576	13824	4·899	2·884	15·492	6·214	13·389	·04167
25	625	15625	5·000	2·924	15·811	6·300	13·572	·0400
26	676	17576	5·099	2·962	16·125	6·383	13·751	·03846
27	729	19683	5·196	3·000	16·432	6·463	13·925	·03704
28	784	21952	5·292	3·037	16·733	6·542	14·095	03571
29	841	24389	5·385	3·072	17·029	6·619	14·260	03448
30	900	27000	5·477	3·107	17.321	6·694	14·422	·03333
31	961	29791	5·568	3·141	17.607	6·768	14·581	03226
32	1024	32768	5·657	3·175	17.889	6·840	14·736	·03125
33	1089	35937	5·745	3·208	18.166	6·910	14·888	03030
34	1156	39304	5·831	3·240	18·439	6·980	15·037	·02941
35	1225	42875	5·916	3·271	18·708	7·047	15·183	02857
36	1296	46656	6·000	3·302	18·974	7·114	15·326	·02778
37	1369	50653	6·083	3·332	19·235	7·179	15·467	·02703
38	1444	54872	6·164	3·362	19·494	7·243	15·605	02632
39	1521	59319	6·245	3·391	19·748	7·306	15·741	·02564
40	1600	64000	6.325	3·420	20·000	7·368	15·874	·02500
41	1681	68921	6.403	3·448	20·248	7·429	16·005	·02439
42	1764	74088	6.481	3·476	20·494	'7·489	16·134	02381
43	1849	79507	6.557	3·503	20·736	7·548	16·261	·02326
44	1936	85184	6.633	3·530	20·976	7·606	16·386	·02273
45	2025	91125	6·708	3·557	21·213	7·663	16·510	·02222
46	2116	97336	6·782	3·583	21·448	7·719	16·631	·02174
47	2209	103823	6·856	3·609	21·679	7·775	16·751	·02128
48	2304	110592	6·928	3·634	21·909	7·830	16·869	·02083
49	2401	117649	7·000	3·959	22·136	7·884	16·985	·02041

வர்க்கங்கள் மூலங்கள், தலைகீழ்ப் பின்னங்கள்
POWERS, ROOTS AND RECIPROCALS

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$
50	2500	125000	7·071	3·684	22·361	7·937	17·100	·020
51	2601	132651	7·141	3·708	22·583	7·990	17·213	·01961
52	2704	140608	7·211	3·733	22·804	8·041	17·325	·01923
53	2809	148877	7·280	3·756	23·322	8·093	17·435	·01887
54	2916	157464	7·348	3·780	23·238	8·143	17·544	·01852
55	3025	166375	7·416	3·803	23·452	8·193	17·652	·01818
56	3136	175616	7·485	3·826	23·664	8·243	17·758	·01786
57	3249	185193	7·550	3·849	23·875	8·291	17·863	·01754
58	3364	195112	7·616	3·871	24·083	8·340	17·967	·01724
59	3481	205379	7·681	3·893	24·290	8·387	18·070	·01667
60	3600	216000	7·746	3·915	24·495	8·434	18·171	·01667
61	3721	226981	7·810	3·936	24·698	8·481	18·272	·01639
62	3844	232328	7·874	3·958	24·900	8·527	18·371	·01613
63	3969	250047	7·937	3·979	25·100	8·573	18·469	·01587
64	4096	262144	8·000	4·000	25·298	8·618	18·566	·01562
65	4225	274625	8·062	4·021	25·495	8·662	18·663	·01538
66	4356	287496	8·124	4·041	25·690	8·707	18·758	·01515
67	4489	300763	8·185	4·062	25·884	8·750	18·852	·01493
68	4624	314432	8·246	4·082	26·077	8·794	18·945	·01471
69	4761	328509	8·307	4·102	26·268	8·837	19·038	·01449
70	4900	343000	8·367	4·121	26·458	8·879	19·129	·01429
71	5041	357911	8·426	4·141	26·646	8·921	19·220	·01408
72	5184	373248	8·485	4·160	26·833	8·963	19·310	·01389
73	5329	389017	8·544	4·179	27·010	9·004	19·399	·01370
74	5476	405224	8·602	4·198	27·203	9·045	19·487	·01351
75	5625	421875	8·660	4·217	27·386	9·086	19·574	·01333
76	5776	438976	8·718	4·236	27·568	9·126	19·661	·01316
77	5929	456533	8·775	4·254	27·749	9·166	19·747	·01299
78	6084	474552	8·832	4·273	27·928	9·205	19·832	·01282
79	6241	493039	8·888	4·291	28·107	9·244	19·916	·01266
80	6400	512000	8·944	4·309	28·284	9·283	20·000	·01250
81	6561	531441	9·000	4·327	28·460	9·322	20·083	·01235
82	6724	551368	9·055	4·344	28·636	9·360	20·165	·01220
83	6889	571787	9·110	4·362	28·810	9·398	20·247	·01205
84	7056	592704	9·165	4·380	28·983	9·435	20·328	·01190
85	7225	614125	9·220	4·397	29·155	9·473	20·408	·01176
86	7396	636056	9·274	4·414	29·326	9·510	20·488	·01163
87	7569	658503	9·327	4·431	29·426	9·546	20·567	·01149
88	7744	681472	9·381	4·448	29·665	9·583	20·646	·01136
89	7921	704969	9·434	4·465	29·833	9·619	20·724	·01124
90	8100	729000	9·487	4·481	30·000	9·655	20·801	·01111
91	8281	753571	9·539	4·498	30·166	9·691	20·878	·01099
92	8464	778688	9·592	4·514	30·332	9·726	20·954	·01087
93	8949	804357	9·644	4·531	30·496	9·761	21·029	·01075
94	8836	830584	9·695	4·547	30·659	9·796	21·105	·01064
95	9025	857375	9·747	4·563	30·822	9·830	21·179	·01053
96	9216	884736	9·798	4·572	30·984	9·865	21·253	·01042
97	9409	912673	9·849	4·595	31·145	9·899	21·327	·01031
98	9604	941192	9·899	4·610	31·305	9·933	21·400	·01020
99	9801	970299	9·950	4·626	31·464	9·967	21·472	·01010
100	10000	1000000	10·000	4·642	31·623	10·000	21·544	·01000

வர்க்கங்கள்
SQUARES

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	1000	1020	1040	1061	1082	1103	1124	1145	1166	1188
11	1210	1232	1254	1277	1300	1323	1346	1369	1392	1416
12	1440	1464	1488	1513	1538	1563	1588	1613	1638	1664
13	1690	1716	1742	1769	1796	1823	1850	1877	1904	1932
14	1960	1988	2016	2045	2074	2103	2132	2161	2190	2220
15	2250	2280	2310	2341	2372	2403	2434	2465	2496	2528
16	2560	2592	2624	2657	2690	2723	2756	2789	2822	2856
17	2890	2924	2958	2993	3028	3063	3098	3133	3168	3204
18	3240	3276	3312	3349	3386	3423	3460	3497	3534	3572
19	3610	3648	3686	3725	3764	3803	3842	3881	3920	3960
20	4000	4040	4080	4121	4162	4203	4244	4285	4326	4368
21	4410	4452	4494	4537	4580	4623	4666	4709	4752	4796
22	4840	4884	4928	4973	5018	5063	5108	5153	5198	5244
23	5290	5336	5382	5429	5476	5523	5570	5617	5664	5712
24	5760	5808	5856	5905	5954	6003	6052	6101	6150	6200
25	6250	6300	6350	6401	6452	6503	6554	6605	6656	6708
26	6760	6812	6864	6917	6970	7023	7076	7129	7182	7236
27	7290	7344	7398	7453	7508	7563	7618	7673	7728	7784
28	7840	7896	7952	8009	8066	8123	8180	8237	8294	8352
29	8410	8468	8526	8585	8644	8703	8762	8821	8880	8940
30	9000	9060	9120	9181	9242	9303	9364	9425	9486	9548
31	9610	9672	9734	9797	9860	9923	9986	1005	1011	1018
32	1024	1030	1037	1043	1050	1056	1063	1069	1076	1082
33	1089	1096	1102	1109	1116	1122	1129	1136	1142	1149
34	1156	1163	1170	1176	1183	1190	1197	1204	1211	1218
35	1225	1232	1239	1246	1253	1260	1267	1274	1282	1289
36	1296	1303	1310	1318	1325	1332	1340	1347	1354	1362
37	1369	1376	1384	1391	1399	1406	1414	1421	1429	1436
38	1444	1452	1459	1467	1475	1482	1490	1498	1505	1513
39	1521	1529	1537	1544	1552	1560	1568	1576	1584	1592
40	1600	1608	1616	1624	1632	1640	1648	1656	1665	1673
41	1681	1689	1697	1706	1714	1722	1731	1739	1747	1756
42	1764	1772	1781	1789	1798	1806	1815	1823	1832	1840
43	1849	1858	1866	1875	1884	1892	1901	1910	1918	1927
44	1936	1945	1954	1962	1971	1980	1989	1998	2007	2016
45	2025	2034	2043	2052	2061	2070	2079	2088	2098	2107
46	2116	2125	2134	2144	2153	2162	2172	2181	2190	2200
47	2209	2218	2228	2237	2247	2256	2266	2275	2285	2294
48	2304	2314	2323	2333	2343	2352	2362	2372	2381	2391
49	2401	2411	2421	2430	2440	2450	2460	2470	2480	2490
50	2500	2510	2520	2530	2540	2550	2560	2570	2581	2591
51	2601	2611	2621	2632	2642	2652	2663	2673	2683	2694
52	2704	2714	2725	2735	2746	2756	2767	2777	2788	2798
53	2809	2820	2830	2841	2852	2862	2873	2884	2894	2905
54	2916	2927	2938	2948	2959	2970	2981	2992	3003	3014

வர்க்கங்கள்
SQUARES

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	3025	3036	3047	3058	3069	3080	3091	3102	3114	3125
56	3136	3147	3158	3170	3181	3192	3204	3215	3226	3238
57	3249	3260	3272	3283	3295	3306	3318	3329	3341	3352
58	3364	3376	3387	3399	3411	3422	3434	3446	3457	3469
59	3481	3493	3505	3516	3528	3540	3552	3564	3576	3588
60	3600	3612	3624	3636	3648	3660	3672	3684	3697	3709
61	3721	3733	3745	3758	3770	3782	3795	3807	3819	3832
62	3844	3856	3869	3881	3894	3906	3919	3931	3944	3956
63	3969	3982	3994	4007	4020	4032	4045	4058	4070	4083
64	4096	4109	4122	4134	4147	4160	4173	4186	4199	4212
65	4225	4238	4251	4264	4277	4290	4303	4316	4330	4343
66	4356	4369	4382	4396	4409	4422	4436	4449	4462	4476
67	4489	4502	4516	4529	4543	4556	4570	4583	4597	4610
68	4624	4638	4651	4665	4679	4692	4706	4720	4733	4747
69	4761	4775	4789	4802	4816	4830	4844	4858	4872	4886
70	4900	4914	4928	4942	4956	4970	4984	4998	5013	5027
71	5041	5055	5069	5084	5098	5112	5127	5141	5155	5170
72	5184	5198	5213	5227	5242	5256	5271	5285	5300	5314
73	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	5446	5461
74	5476	5491	5506	5520	5535	5550	5565	5580	5595	5610
75	5625	5640	5655	5670	5685	5700	5715	5730	5746	5761
76	5776	5791	5806	5822	5837	5852	5868	5883	5898	5914
77	5929	5944	5960	5975	5991	6006	6022	6037	6053	6068
78	6084	6100	6115	6131	6147	6162	6178	6194	6209	6225
79	6241	6257	6273	6288	6304	6320	6336	6352	6368	6384
80	6400	6416	6432	6448	6464	6480	6496	6512	6529	6545
81	6561	6577	6593	6610	6626	6642	6659	6675	6691	6708
82	6724	6740	6757	6773	6790	6806	6823	6839	6856	6872
83	6889	6906	6922	6939	6956	6972	6989	7006	7022	7039
84	7056	7073	7090	7106	7123	7140	7157	7174	7191	7208
85	7225	7242	7259	7279	7292	7310	7327	7344	7362	7379
86	7396	7413	7430	7448	7465	7482	7500	7517	7534	7552
87	7569	7586	7604	7621	7039	7656	7674	7691	7709	7726
88	7744	7762	7779	7797	7815	7832	7850	7868	7885	7903
89	7921	7939	7957	7974	7992	8010	8028	8046	8064	8082
90	8100	8118	8136	8154	8172	8190	8208	8226	8245	8263
91	8281	8299	8317	8336	8354	8372	8391	8409	8427	8446
92	8464	8482	8501	8519	8538	8556	8575	8593	8612	8630
93	8649	8668	8686	8705	8724	8742	8761	8780	8798	8817
94	8836	8855	8874	8892	8911	8930	8949	8968	8987	9006
95	9025	9044	9063	9082	9101	9120	9139	9158	9178	9197
96	9216	9235	9254	9274	9293	9312	9332	9351	9370	9390
97	9409	9428	9448	9467	9487	9506	9526	9545	9565	9584
98	9604	9624	9643	9663	9683	9702	9722	9742	9761	9781
99	9801	9821	9841	9860	9880	9900	9920	9940	9960	9980

வர்க்க மூலங்கள் 1—10 வரை

SQ. ROOTS FROM 1 TO 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
1·0	1·000	1·005	1·010	1·015	1·020	1·025	1·030	1·034	1·039	1·044	0 1 1	2 2 3	3 4 4
1·1	1·049	1·054	1·058	1·063	1·068	1·072	1·077	1·082	1·086	1·091	0 1 1	2 2 3	3 4 4
1·2	1·095	1·100	1·105	1·109	1·114	1·118	1·122	1·127	1·131	1·136	0 1 1	2 2 3	3 4 4
1·3	1·140	1·145	1·149	1·153	1·158	1·162	1·166	1·170	1·175	1·179	0 1 1	2 2 3	3 3 4
1·4	1·183	1·187	1·192	1·196	1·200	1·204	1·208	1·212	1·217	1·221	0 1 1	2 2 2	3 3 4
1·5	1·225	1·229	1·233	1·237	1·241	1·245	1·249	1·253	1·257	1·261	0 1 1	2 2 2	3 3 4
1·6	1·265	1·269	1·273	1·277	1·281	1·285	1·288	1·292	1·296	1·300	0 1 1	2 2 2	3 3 3
1·7	1·304	1·308	1·311	1·315	1·319	1·323	1·327	1·330	1·334	1·338	0 1 1	2 2 2	3 3 3
1·8	1·342	1·345	1·349	1·353	1·356	1·360	1·364	1·367	1·371	1·375	0 1 1	1 2 2	3 3 3
1·9	1·378	1·382	1·386	1·389	1·393	1·396	1·400	1·404	1·407	1·411	0 1 1	1 2 2	3 3 3
2·0	1·414	1·418	1·421	1·425	1·428	1·432	1·435	1·439	1·442	1·446	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·1	1·449	1·453	1·456	1·459	1·463	1·466	1·470	1·473	1·476	1·480	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·2	1·483	1·487	1·490	1·493	1·497	1·500	1·503	1·507	1·510	1·513	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·3	1·517	1·520	1·523	1·526	1·530	1·533	1·536	1·539	1·543	1·546	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·4	1·549	1·552	1·556	1·559	1·562	1·565	1·568	1·572	1·575	1·578	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·5	1·581	1·584	1·587	1·591	1·594	1·597	1·600	1·603	1·606	1·609	0 1 1	1 2 2	2 3 3
2·6	1·612	1·616	1·619	1·622	1·625	1·628	1·631	1·634	1·637	1·640	0 1 1	1 2 2	2 2 3
2·7	1·643	1·646	1·649	1·652	1·655	1·658	1·661	1·664	1·667	1·670	0 1 1	1 2 2	2 2 3
2·8	1·673	1·676	1·679	1·682	1·685	1·688	1·691	1·694	1·697	1·700	0 1 1	1 1 2	2 2 3
2·9	1·703	1·706	1·709	1·712	1·715	1·718	1·720	1·723	1·726	1·729	0 1 1	1 1 2	2 2 3
3·0	1·732	1·735	1·738	1·741	1·744	1·746	1·749	1·752	1·755	1·758	0 1 1	1 1 2	2 2 3
3·1	1·761	1·764	1·766	1·769	1·772	1·775	1·778	1·780	1·783	1·786	0 1 1	1 1 2	2 2 3
3·2	1·789	1·792	1·794	1·797	1·800	1·803	1·806	1·808	1·811	1·814	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·3	1·817	1·819	1·822	1·825	1·828	1·830	1·833	1·836	1·838	1·841	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·4	1·844	1·847	1·849	1·852	1·855	1·857	1·860	1·863	1·865	1·868	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·5	1·871	1·873	1·876	1·879	1·881	1·884	1·887	1·889	1·892	1·895	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·6	1·897	1·900	1·903	1·905	1·908	1·910	1·913	1·916	1·918	1·921	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·7	1·924	1·926	1·929	1·931	1·934	1·936	1·939	1·942	1·944	1·947	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·8	1·949	1·952	1·954	1·957	1·960	1·962	1·965	1·967	1·970	1·972	0 1 1	1 1 2	2 2 2
3·9	1·975	1·977	1·980	1·982	1·985	1·987	1·990	1·992	1·995	1·997	0 1 1	1 1 2	2 2 2
4·0	2·000	2·002	2·005	2·007	2·010	2·012	2·015	2·017	2·020	2·022	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·1	2·025	2·027	2·030	2·032	2·035	2·037	2·040	2·042	2·045	2·047	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·2	2·049	2·052	2·054	2·057	2·059	2·062	2·064	2·066	2·069	2·071	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·3	2·074	2·076	2·078	2·081	2·083	2·086	2·088	2·090	2·093	2·095	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·4	2·098	2·100	2·102	2·105	2·107	2·110	2·112	2·114	2·117	2·119	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·5	2·121	2·124	2·126	2·128	2·131	2·133	2·135	2·138	2·140	2·142	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·6	2·145	2·147	2·149	2·152	2·154	2·156	2·159	2·161	2·163	2·166	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·7	2·168	2·170	2·173	2·175	2·177	2·179	2·182	2·184	2·186	2·189	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·8	2·191	2·193	2·195	2·198	2·200	2·202	2·205	2·207	2·209	2·211	0 0 1	1 1 1	2 2 2
4·9	2·214	2·216	2·218	2·220	2·223	2·225	2·227	2·229	2·232	2·234	0 0 1	1 1 1	2 2 2
5·0	2·236	2·238	2·241	2·243	2·245	2·247	2·249	2·252	2·254	2·256	0 0 1	1 1 1	2 2 2
5·1	2·258	2·261	2·263	2·265	2·267	2·269	2·272	2·274	2·276	2·278	0 0 1	1 1 1	2 2 2
5·2	2·280	2·283	2·285	2·287	2·289	2·291	2·293	2·296	2·298	2·300	0 0 1	1 1 1	2 2 2
5·3	2·302	2·304	2·307	2·309	2·311	2·313	2·315	2·317	2·319	2·322	0 0 1	1 1 1	2 2 2
5·4	2·324	2·326	2·328	2·330	2·332	2·335	2·337	2·339	2·341	2·343	0 0 1	1 1 1	2 2 2

வர்க்க மூலங்கள் 1—10 வரை
SQ. ROOTS FROM 1 TO 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
5·5	2·345	2·347	2·349	2·352	2·354	2·356	2·358	2·360	2·362	2·364	0 0 1	1 1 1	1 2 2
5·6	2·366	2·369	2·371	2·373	2·375	2·377	2·379	2·381	2·383	2·385	0 0 1	1 1 1	1 2 2
5·7	2·387	2·390	2·392	2·394	2·396	2·398	2·400	2·402	2·404	2·406	0 0 1	1 1 1	1 2 2
5·8	2·408	2·410	2·412	2·415	2·417	2·419	2·421	2·423	2·425	2·427	0 0 1	1 1 1	1 2 2
5·9	2·429	2·431	2·433	2·435	2·437	2·439	2·441	2·443	2·445	2·447	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·0	2·449	2·452	2·454	2·456	2·458	2·460	2·462	2·464	2·466	2·468	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·1	2·470	2·472	2·474	2·476	2·478	2·480	2·482	2·484	2·486	2·488	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·2	2·490	2·492	2·494	2·496	2·498	2·500	2·502	2·504	2·506	2·508	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·3	2·510	2·512	2·514	2·516	2·518	2·520	2·522	2·524	2·526	2·528	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·4	2·530	2·532	2·534	2·536	2·538	2·540	2·542	2·544	2·546	2·548	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·5	2·550	2·551	2·553	2·555	2·557	2·559	2·561	2·563	2·565	2·567	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·6	2·569	2·571	2·573	2·575	2·577	2·579	2·581	2·583	2·585	2·587	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·7	2·588	2·590	2·592	2·594	2·596	2·598	2·600	2·602	2·604	2·606	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·8	2·608	2·610	2·612	2·613	2·615	2·617	2·619	2·621	2·623	2·625	0 0 1	1 1 1	1 2 2
6·9	2·627	2·629	2·631	2·632	2·634	2·636	2·638	2·640	2·642	2·644	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·0	2·646	2·648	2·650	2·651	2·653	2·655	2·657	2·659	2·661	2·663	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·1	2·665	2·666	2·668	2·670	2·672	2·674	2·676	2·678	2·680	2·681	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·2	2·683	2·685	2·687	2·689	2·691	2·693	2·694	2·696	2·698	2·700	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·3	2·702	2·704	2·706	2·707	2·709	2·711	2·713	2·715	2·717	2·718	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·4	2·720	2·722	2·724	2·726	2·728	2·729	2·731	2·733	2·735	2·737	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·5	2·739	2·740	2·742	2·744	2·746	2·748	2·750	2·751	2·753	2·755	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·6	2·757	2·759	2·760	2·762	2·764	2·766	2·768	2·769	2·771	2·773	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·7	2·775	2·777	2·778	2·780	2·782	2·784	2·786	2·787	2·289	2·791	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·8	2·793	2·795	2·796	2·798	2·800	2·802	2·804	2·805	2·807	2·809	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·9	2·811	2·812	2·814	2·816	2·818	2·820	2·821	2·823	2·825	2·827	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·0	2·828	2·830	2·832	2·834	2·835	2·837	2·839	2·841	2·843	2·844	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·1	2·846	2·848	2·850	2·851	2·853	2·855	2·857	2·853	2·860	2·862	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·2	2·864	2·865	2·867	2·869	2·871	2·872	2·874	2·876	2·877	2·879	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·3	2·881	2·883	2·884	2·886	2·888	2·890	2·891	2·893	2·895	2·897	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·4	2·898	2·900	2·902	2·903	2·905	2·907	2·909	2·910	2·912	2·914	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·5	2·915	2·917	2·919	2·921	2·922	2·924	2·926	2·827	2·929	2·931	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·6	2·933	2·934	2·936	2·938	2·939	2·941	2·943	2·944	2·946	2·948	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·7	2·950	2·951	2·953	2·955	2·956	2·958	2·960	2·961	2·963	2·965	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·8	2·966	2·968	2·970	2·972	2·973	2·975	2·977	2·978	2·980	2·982	0 0 1	1 1 1	1 1 2
8·9	2·983	2·985	2·987	2·988	2·990	2·992	2·993	2·995	2·997	2·998	0 0 1	1 1 1	1 1 2
9·0	3·000	3·002	3·003	3·005	3·007	3·008	3·010	3·012	3·013	3·015	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·1	3·017	3·018	3·020	3·022	3·023	3·025	3·027	3·028	3·030	3·032	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·2	3·033	3·035	3·036	3·038	3·040	3·041	3·043	3·045	3·046	3·048	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·3	3·050	3·051	3·053	3·055	3·056	3·058	3·059	3·061	3·064	3·064	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·4	3·066	3·068	3·069	3·071	3·072	3·074	3·076	3·077	3·079	3·081	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·5	3·082	3·084	3·085	3·087	3·089	3·090	3·092	3·094	3·095	3·097	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·6	3·098	3·100	3·102	3·103	3·105	3·106	3·108	3·110	3·111	3·113	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·7	3·114	3·116	3·118	3·119	3·121	3·122	3·124	3·126	3·127	3·129	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·8	3·130	3·132	3·134	3·135	3·137	3·138	3·140	3·142	3·143	3·145	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·9	3·146	3·148	3·150	3·151	3·153	3·154	3·156	3·158	3·159	3·161	0 0 0	1 1 1	1 1 1

வர்க்க மூலங்கள் 10—100 வரை

SQ ROOTS FROM 10 TO 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
10	3·162	3·178	3·194	3·209	3·225	3·240	3·256	3·271	3·286	3·302	2 3 5	6 8 9	11 12 14
11	3·317	3·332	3·347	3·362	3·376	3·391	3·406	3·421	3·435	3·450	1 3 4	6 7 9	10 12 13
12	3·464	3·479	3·493	3·507	3·521	3·536	3·550	3·564	3·578	3·592	1 3 4	6 7 8	10 11 13
13	3·606	3·619	3·633	3·647	3·661	3·674	3·688	3·701	3·715	3·728	1 3 4	5 7 8	10 11 12
14	3·742	3·755	3·768	3·782	3·795	3·808	3·821	3·834	3·847	3·860	1 3 4	5 7 8	9 11 12
15	3·873	3·886	3·899	3·912	3·924	3·937	3·950	3·962	3·975	3·987	1 3 4	5 6 8	9 10 11
16	4·000	4·012	4·025	4·037	4·050	4·062	4·074	4·087	4·099	4·111	1 2 4	5 6 7	9 10 11
17	4·123	4·135	4·147	4·159	4·171	4·183	4·195	4·207	4·219	4·231	1 2 3	5 6 7	8 10 11
18	4·243	4·254	4·266	4·278	4·290	4·301	4·313	4·324	4·336	4·347	1 2 3	5 6 7	8 9 10
19	4·359	4·370	4·382	4·393	4·405	4·416	4·427	4·438	4·450	4·461	1 2 3	5 6 7	8 9 10
20	4·472	4·483	4·494	4·506	4·517	4·528	4·539	4·550	4·561	4·572	1 2 3	4 6 7	8 9 10
21	4·583	4·593	4·604	4·615	4·626	4·637	4·648	4·658	4·669	4·680	1 2 3	4 5 6	8 9 10
22	4·690	4·701	4·712	4·722	4·733	4·743	4·754	4·764	4·775	4·785	1 2 3	4 5 6	7 8 9
23	4·796	4·806	4·817	4·827	4·837	4·848	4·858	4·868	4·879	4·889	1 2 3	4 5 6	7 8 9
24	4·899	4·909	4·919	4·930	4·940	4·950	4·960	4·970	4·980	4·990	1 2 3	4 5 6	7 8 9
25	5·000	5·010	5·020	5·030	5·040	5·050	5·060	5·070	5·079	5·089	1 2 3	4 5 6	7 8 9
26	5·099	5·109	5·119	5·128	5·138	5·148	5·158	5·167	5·177	5·187	1 2 3	4 5 6	7 8 9
27	5·196	5·206	5·215	5·225	5·235	5·244	5·254	5·263	5·273	5·282	1 2 3	4 5 6	7 8 9
28	5·292	5·301	5·310	5·320	5·329	5·339	5·348	5·357	5·367	5·376	1 2 3	4 5 6	7 7 8
29	5·385	5·394	5·404	5·413	5·422	5·431	5·441	5·450	5·459	5·468	1 2 3	4 5 5	6 7 8
30	5·477	5·486	5·495	5·505	5·514	5·523	5·532	5·541	5·550	5·559	1 2 3	4 4 5	6 7 8
31	5·568	5·577	5·586	5·595	5·604	5·612	5·621	5·630	5·639	5·648	1 2 3	3 4 5	6 7 8
32	5·657	5·666	5·675	5·683	5·692	5·701	5·710	5·718	5·727	5·736	1 2 3	3 4 5	6 7 8
33	5·745	5·753	5·762	5·771	5·779	5·788	5·797	5·805	5·814	5·822	1 2 3	3 4 5	6 7 8
34	5·831	5·840	5·848	5·857	5·865	5·874	5·882	5·891	5·899	5·908	1 2 3	3 4 5	6 7 8
35	5·916	5·925	5·933	5·941	5·950	5·958	5·967	5·975	5·983	5·992	1 2 2	3 4 5	6 7 8
36	6·000	6·008	6·017	6·025	6·033	6·042	6·050	6·058	6·066	6·075	1 2 2	3 4 5	6 7 7
37	6·083	6·091	6·099	6·107	6·116	6·124	6·132	6·140	6·148	6·156	1 2 2	3 4 5	6 7 7
38	6·164	6·173	6·181	6·189	6·197	6·205	6·213	6·221	6·229	6·237	1 2 2	3 4 5	6 6 7
39	6·245	6·253	6·261	6·269	6·277	6·285	6·293	6·301	6·309	6·317	1 2 2	3 4 5	6 6 7
40	6·325	6·332	6·340	6·348	6·356	6·364	6·372	6·380	6·389	6·395	1 2 2	3 4 5	6 6 7
41	6·403	6·411	6·419	6·427	6·434	6·442	6·450	6·458	6·465	6·473	1 2 2	3 4 5	5 6 7
42	6·481	6·488	6·496	6·504	6·512	6·519	6·527	6·535	6·542	6·550	1 2 2	3 4 5	5 6 7
43	6·557	6·565	6·573	6·580	6·588	6·595	6·603	6·611	6·618	6·626	1 2 2	3 4 5	5 6 7
44	6·633	6·641	6·648	6·656	6·663	6·671	6·678	6·686	6·693	6·701	1 2 2	3 4 5	5 6 7
45	6·708	6·716	6·723	6·731	6·738	6·745	6·753	6·760	6·768	6·775	1 1 2	3 4 4	5 6 7
46	6·782	6·790	6·797	6·804	6·812	6·819	6·826	6·834	6·841	6·848	1 1 2	3 4 4	5 6 7
47	6·856	6·863	6·870	6·877	6·885	6·892	6·899	6·907	6·914	6·921	1 1 2	3 4 4	5 6 7
48	6·928	6·935	6·943	6·950	6·957	6·964	6·971	6·979	6·986	6·993	1 1 2	3 4 4	5 6 6
49	7·000	7·007	7·014	7·021	7·029	7·036	7·043	7·050	7·057	7·064	1 1 2	3 4 4	5 6 6
50	7·071	7·078	7·085	7·092	7·099	7·106	7·113	7·120	7·127	7·134	1 1 2	3 4 4	5 6 6
51	7·141	7·148	7·155	7·162	7·169	7·176	7·183	7·190	7·197	7·204	1 1 2	3 4 4	5 6 6
52	7·211	7·218	7·225	7·232	7·239	7·246	7·253	7·259	7·266	7·273	1 1 2	3 3 4	5 6 6
53	7·280	7·287	7·294	7·301	7·308	7·314	7·321	7·328	7·335	7·342	1 1 2	3 3 4	5 5 6
54	7·348	7·355	7·362	7·369	7·376	7·382	7·389	7·396	7·403	7·409	1 1 2	3 3 4	5 5 6

வர்க்க மூலங்கள் 10—100 வரை
SQ ROOTS FROM 10 TO 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
55	7·416	7·423	7·430	7·436	7·443	7·450	7·457	7·463	7·470	7·477	1 1 2	3 3 4	5 5 6
56	7·483	7·490	7·497	7·503	7·510	7·517	7·523	7·530	7·537	7·543	1 1 2	3 3 4	5 5 6
57	7·550	7·556	7·563	7·570	7·576	7·583	7·589	7·596	7·603	7·609	1 1 2	3 3 4	5 5 6
58	7·616	7·622	7·629	7·635	7·642	7·649	7·655	7·662	7·668	7·675	1 1 2	3 3 4	5 5 6
59	7·681	7·688	7·694	7·701	7·707	7·714	7·720	7·727	7·733	7·740	1 1 2	3 3 4	4 5 6
60	7·746	7·752	7·759	7·765	7·772	7·778	7·785	7·791	7·797	7·804	1 1 2	3 3 4	4 5 6
61	7·810	7·817	7·823	7·829	7·836	7·842	7·849	7·855	7·861	7·868	1 1 2	3 3 4	4 5 6
62	7·874	7·880	7·887	7·893	7·899	7·906	7·912	7·918	7·925	7·931	1 1 2	3 3 4	4 5 6
63	7·937	7·944	7·950	7·956	7·962	7·969	7·975	7·981	7·987	7·994	1 1 2	3 3 4	4 5 6
64	8·000	8·006	8·012	8·019	8·025	8·031	8·037	8·044	8·050	8·056	1 1 2	2 3 4	4 5 6
65	8·062	8·068	8·075	8·081	8·087	8·093	8·099	8·106	8·112	8·118	1 1 2	2 3 4	4 5 6
66	8·124	8·130	8·136	8·142	8·149	8·155	8·161	8·167	8·173	8·179	1 1 2	2 3 4	4 5 5
67	8·185	8·191	8·198	8·204	8·210	8·216	8·222	8·228	8·234	8·240	1 1 2	2 3 4	4 5 5
68	8·246	8·252	8·258	8·264	8·270	8·276	8·283	8·289	8·295	8·301	1 1 2	2 3 4	4 5 5
69	8·307	8·313	8·319	8·325	8·331	8·337	8·343	8·349	8·355	8·361	1 1 2	2 3 4	4 5 5
70	8·367	8·373	8·379	8·385	8·390	8·396	8·402	8·408	8·414	8·420	1 1 2	2 3 4	4 5 5
71	8·426	8·432	8·438	8·444	8·450	8·456	8·462	8·468	8·473	8·479	1 1 2	2 3 3	4 5 5
72	8·485	8·491	8·497	8·503	8·509	8·515	8·521	8·526	8·532	8·538	1 1 2	2 3 3	4 5 5
73	8·544	8·550	8·556	8·562	8·567	8·573	8·579	8·585	8·591	8·597	1 1 2	2 3 3	4 5 5
74	8·602	8·608	8·614	8·620	8·626	8·631	8·637	8·643	8·649	8·654	1 1 2	2 3 3	4 5 5
75	8·660	8·666	8·672	8·678	8·683	8·689	8·695	8·701	8·706	8·712	1 1 2	2 3 3	4 5 5
76	8·718	8·724	8·729	8·735	8·741	8·746	8·752	8·758	8·764	8·769	1 1 2	2 3 3	4 5 5
77	8·775	8·781	8·786	8·792	8·798	8·803	8·809	8·815	8·820	8·826	1 1 2	2 3 3	4 4 5
78	8·832	8·837	8·843	8·849	8·854	8·860	8·866	8·871	8·877	8·883	1 1 2	2 3 3	4 4 5
79	8·888	8·894	8·899	8·905	8·911	8·916	8·922	8·927	8·933	8·939	1 1 2	2 3 3	4 4 5
80	8·944	8·950	8·955	8·961	8·967	8·972	8·978	8·983	8·989	8·99	1 1 2	2 3 3	4 4 5
81	9·000	9·006	9·011	9·017	9·022	9·028	9·033	9·039	9·044	9·050	1 1 2	2 3 3	4 4 5
82	9·055	9·061	9·066	9·072	9·077	9·083	9·088	9·094	9·099	9·105	1 1 2	2 3 3	4 4 5
83	9·110	9·116	9·121	9·127	9·132	9·138	9·143	9·149	9·154	9·160	1 1 2	2 3 3	4 4 5
84	9·165	9·171	9·176	9·182	9·187	9·192	9·198	9·203	9·209	9·214	1 1 2	2 3 2	4 4 5
85	9·220	9·225	9·230	9·236	9·241	9·247	9·252	9·257	9·263	9·268	1 1 2	2 3 3	4 4 5
86	9·274	9·279	9·284	9·290	9·295	9·301	9·306	9·311	9·317	9·322	1 1 2	2 3 3	4 4 5
87	9·327	9·333	9·338	9·343	9·349	9·354	9·359	9·365	9·370	9·375	1 1 2	2 3 3	4 4 5
88	9·381	9·386	9·391	9·397	9·402	9·407	9·413	9·418	9·423	9·429	1 1 2	2 3 3	4 4 5
89	9·434	9·439	9·445	9·450	9·455	9·460	9·466	9·471	9·476	9·482	1 1 2	2 3 3	4 4 5
90	9·487	9·492	9·497	9·503	9·508	9·513	9·518	9·524	9·529	9·534	1 1 2	2 3 3	4 4 5
91	9·539	9·545	9·550	9·555	9·560	9·566	9·571	9·576	9·581	9·586	1 1 2	2 3 3	4 4 5
92	9·592	9·597	9·602	9·607	9·612	9·618	9·623	9·628	9·633	9·638	1 1 2	2 3 3	4 4 5
93	9·644	9·649	9·654	9·659	9·664	9·670	9·675	9·680	9·685	9·690	1 1 2	2 3 3	4 4 5
94	9·695	9·701	9·706	9·711	9·716	9·721	9·726	9·731	9·737	9.742	1 1 2	2 3 3	4 4 5
95	9·747	9·752	9·757	9·762	9·767	9·772	9·778	9·783	9·788	9·793	1 1 2	2 3 3	4 4 5
96	9·798	9·803	9·808	9·813	9·818	9·823	9·829	9·834	9·839	9·844	1 1 2	2 3 3	4 4 5
97	9·849	9·854	9·859	9·864	9·869	9·874	9·879	9·884	9·889	9·894	1 1 1	2 3 3	4 4 5
98	9·899	9·905	9·910	9·915	9·920	9·925	9·930	9·935	9·940	9·945	0 1 1	2 2 3	3 4 4
99	9·950	9·955	9·960	9·965	9·970	9·975	9·980	9·985	9·990	9·995	0 1 1	2 2 3	3 4 4

எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்கள் 1—10 வரை
RECIPROCALS OF NOS FROM 1 TO 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1·0	·1 000	9901	9804	·9709	9615	·9524	·9434	·9346	9259	9174									
1·1	·9091	9099	·8929	8850	8772	·8696	8621	8547	.8475	·8493									
1·2	·8333	·8264	·8197	8130	8065	·8000	·7937	7874	7813	·7752									
1·3	·7692	7634	·7576	7519	7463	·7407	7353	7299	·7246	·7194									
1·4	·7143	7092	7042	·6993	6944	·6897	6849	·6803	·6757	·6711	5	10	14	19	24	29	33	38	43
1·5	·6667	6623	·6579	6536	·6494	·6452	6410	·6369	6329	6289	4	8	13	17	21	25	29	33	38
1·6	·6250	·6211	·6173	·6135	·6098	·6061	·6024	·5988	5952	·5917	4	7	11	15	18	22	26	29	33
1·7	·5882	·5848	·5814	5780	5747	·5714	·5682	·5650	5618	·5587	3	6	10	13	16	20	23	26	29
1·8	·5556	·5525	·5495	5464	·5435	·5405	·5376	·5348	·5319	·5291	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1·9	·5263	·5236	·5208	·5181	5155	·5128	·5102	·5076	·5051	·5025	3	5	8	11	13	16	18	21	24
2·0	·5000	4975	·4950	·4926	4902	·4878	·4854	4831	·4808	·4785	2	5	7	10	12	14	17	19	21
2·1	·4762	·4739	·4717	·4695	4673	·4651	·4630	·4608	4587	·4566	2	4	7	9	11	13	15	17	20
2·2	·4545	·4525	4505	·4484	·4464	·4444	·4425	·4405	4386	·4367	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2·3	·4348	·4329	·4310	4292	·4274	·4255	·4237	·4217	·4202	·4184	2	4	5	7	9	11	13	14	16
2·4	·4107	·4149	·4132	4115	·4098	·4082	·4065	4049	.4032	·4016	2	3	5	7	8	10	12	13	15
2·5	·4000	·3984	·3968	·3953	3937	·3922	·3906	·3891	·3876	·3861	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2·6	·3846	3831	·3817	·3802	·3788	·3774	·3759	·3745	·3731	·3717	1	3	4	6	7	8	10	11	13
2·7	·3704	3690	3676	·3663	·3650	·3636	·3623	·3610	·3597	·3584	1	3	4	5	7	8	9	11	12
2·8	·3571	·3559	·3546	·3534	·3521	·3509	·3497	·3484	·3472	·3460	1	2	4	5	6	7	9	10	11
2·9	·3448	3436	3425	·3413	·3401	·3390	·3378	·3367	·3356	·3344	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3·0	·3333	3322	3311	·3300	·3289	·3279	·3268	·3257	·3247	3236	1	2	3	4	5	6	7	9	10
3·1	3226	3215	·3205	·3195	·3185	·3175	·3165	·3155	·3145	·3135	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3·2	·3125	·3115	·3106	·3096	·3086	·3077	·3067	·3058	·3049	·3040	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3·3	3030	·3021	·3012	·3003	·2994	2985	·2976	·2967	·2959	2950	1	2	3	4	4	5	6	7	8
3·4	·2941	2933	·2924	2915	·2907	·2899	2890	·2882	·2874	·2865	1	2	3	3	4	5	6	7	8
3·5	·2857	2849	2841	·2833	·2825	·2817	·2809	2801	·2793	2786	1	2	2	3	4	5	6	6	7
3·6	·2778	·2770	·2762	·2755	·2747	2740	·2732	·2725	·2717	·2710	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3·7	·2703	·2695	·2688	·2681	·2674	·2667	·2660	2653	·2646	·2639	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3·8	·2632	·2625	·2618	.2611	2604	·2597	·2591	·2584	·2577	·2571	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3·9	·2564	·2558	·2551	·2545	·2538	·2532	·2525	·2519	·2513	·2506	1	1	2	3	3	4	4	5	6
4·0	·2500	·2494	2488	·2481	·2475	·2469	·2463	·2457	2451	·2445	1	1	2	2	3	4	4	5	5
4·1	·2439	2433	·2427	·2421	·2415	·2410	·2404	·2398	·2392	·2387	1	1	2	2	3	3	4	5	5
4·2	·2381	2375	·2370	·2364	·2358	·2353	·2347	·2342	·2336	·2331	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·3	·2326	2320	2315	·2309	·2304	·2299	·2294	·2288	2285	·2278	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·4	·2273	2268	2262	·2257	·2252	·2247	·2242	·2237	·2232	·2227	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·5	·2222	·2217	2212	2208	·2203	·2198	·2193	·2188	·2183	·2179	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·6	·2174	·2169	·2165	·2160	·2155	·2151	·2146	·2141	·2137	2132	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·7	·2128	·2123	2119	·2114	·2110	·2105	·2101	2096	·2092	·2088	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·8	·2083	·2079	·2075	·2070	·2066	2062	·2058	2053	·2049	2045	0	1	1	2	2	3	3	3	4
4·9	·2041	·2037	2033	·2028	·2024	·2020	·2016	·2012	·2008	2004	0	1	1	2	2	2	3	3	4
5·0	2000	1996	·1992	·1988	1984	·1980	·1976	·1972	·1691	1965	0	1	1	2	2	2	3	3	4
5·1	·1961	·1957	·1953	1949	·1946	·1942	·1938	·1934	1931	1927	0	1	1	2	2	2	3	3	3
5·2	·1923	·1919	·1916	1912	·1908	·1905	·1901	·1898	1894	·1890	0	1	1	1	2	2	3	3	3
5·3	·1887	1883	·1880	·1876	·1873	·1869	·1866	·1862	1859	1855	0	1	1	1	2	2	2	3	3
5·4	·1852	·1848	·1845	1842	·1838	·1835	1832	·1828	·1825	1821	0	1	1	1	2	2	2	3	3

எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்கள் 1—10 வரை
RECIPROCALS OF NOS 1 TO 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
5·5	·1818	·1815	·1812	1808	·1805	·1802	·1799	·1795	·1792	·1789	0 1 1	1 2 2	2 3 3
5·6	·1786	·1783	·1779	·1776	·1773	·1770	·1767	·1764	·1761	·1757	0 1 1	1 2 2	2 3 3
5·7	·1754	1751	·1748	·1745	·1742	·1739	·1736	·1733	·1730	·1727	0 1 1	1 1 2	2 2 3
5·8	·1724	·1721	·1718	1715	·1712	·1709	·1706	1704	·1701	1668	0 1 1	1 1 2	2 2 3
5·9	·1695	·1692	·1689	1686	1684	·1681	·1678	·1675	·1672	·1669	0 1 1	1 1 2	2 2 3
6·0	1667	·1664	1661	·1658	·1656	·1653	1650	·1647	·1645	·1642	0 1 1	1 1 2	2 2 3
6·1	·1639	1637	·1634	·1631	·1629	·1626	·1623	·1621	·1618	·1616	0 1 1	1 1 2	2 2 2
6·2	1613	1610	·1608	·1605	1603	1600	·1597	1595	·1592	·1590	0 1 1	1 1 2	2 2 2
6·3	·1587	1585	·1582	·1580	1577	·1575	·1572	·1570	·1567	·1565	0 1 1	1 1 1	2 2 2
6·4	1562	·1560	·1558	1555	·1553	·1550	·1548	·1546	1543	·1541	0 0 1	1 1 1	2 2 2
6·5	·1538	1536	1534	·1531	·1529	1527	·1524	·1522	1520	·1517	0 0 1	1 1 1	2 2 2
6·6	1515	1513	1511	1508	1506	·1504	·1502	·1499	·1497	·1495	0 0 1	1 1 1	2 2 2
6·7	1493	1490	·1483	1486	·1484	·1481	1479	1477	·1475	·1473	0 0 1	1 1 1	2 2 2
6·8	1471	1468	·1466	·1464	1462	1460	1458	·1456	·1453	·1451	0 0 1	1 1 1	2 2 2
6·9	·1449	1447	·1445	·1443	·1441	·1439	1437	·1435	1433	·1431	0 0 1	1 1 1	2 2 2
7·0	1429	·1427	1425	1422	1420	1418	·1416	1414	·1412	1410	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·1	·1408	·1406	·1404	·1403	1401	1399	·1397	1395	·1393	1391	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·2	·1389	·1387	·1385	·1383	1381	1379	1377	1376	1374	·1372	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·3	1370	·1368	·1366	1364	·1362	·1361	·1359	·1357	·1355	·1353	0 0 1	1 1 1	1 2 2
7·4	1351	·1350	·1348	·1346	1344	1342	1340	·1339	1337	·1335	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·5	·1333	·1332	·1330	·1328	1326	·1325	·1323	·1321	·1319	·1318	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·6	·1316	·1314	·1312	·1311	1309	·1307	·1305	1304	·1302	·1300	0 0 1	1 1 1	1 1 2
7·7	·1299	1297	·1295	·1294	1292	1290	·1289	·1287	·1285	1284	0 0 0	1 1 1	1 1 2
7·8	·1282	·1280	1279	·1277	·1276	·1274	1272	·1271	·1269	·1267	0 0 0	1 1 1	1 1 1
7·9	·1266	1264	·1263	1261	·1259	1258	1256	1255	·1253	·1252	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·0	1250	1248	1247	1245	·1244	1242	·1241	1239	1238	·1236	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·1	1235	1233	1232	·1230	·1229	·1227	·1225	1224	·1222	·1221	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·2	1220	·1218	1217	1215	1214	·1212	·1211	·1209	1208	·1206	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·3	1205	·1203	·1202	1200	·1199	·1198	1196	·1195	·1193	·1192	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·4	·1190	·1189	·1188	·1186	·1185	1183	·1182	·1181	·1179	·1178	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·5	1176	·1175	·1174	·1172	1171	·1170	·1168	·1167	·1166	·1164	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·6	·1163	·1161	·1160	1159	·1157	·1156	·1155	·1153	·1152	·1151	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·7	·1149	·1148	·1147	·1145	·1144	·1143	·1142	·1140	1139	·1138	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·8	·1136	·1135	·1134	·1133	1131	·1130	·1129	·1127	·1126	·1125	0 0 0	1 1 1	1 1 1
8·9	·1124	·1122	1121	1120	1119	·1117	·1116	·1115	1114	·1112	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·0	·1111	1110	1109	·1107	1106	1105	·1104	·1103	1101	·1100	0 0 0	1 1 1	1 1 1
9·1	·1099	·1098	1096	1095	1094	1093	·1092	·1090	·1089	·1088	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·2	·1087	·1086	·1085	·1083	1082	1081	·1080	·1079	·1078	·1076	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·3	·1075	1074	1073	1072	1071	1070	·1068	·1067	·1066	·1065	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·4	·1064	1063	1062	1060	·1059	1058	·1057	·1056	·1055	·1054	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·5	·1053	1052	1050	1019	1048	1047	·1046	·1045	·1044	·1043	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·6	1042	·1041	1039	·1038	·1037	1036	·1035	·1034	·1033	·1032	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·7	·1031	1030	1029	·1028	1027	1026	·1025	·1024	·1022	·1021	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·8	·1020	1019	1018	·1017	1016	·1015	·1014	1013	·1012	·1011	0 0 0	0 1 1	1 1 1
9·9	·1010	1009	1008	1007	·1006	·1005	·1004	·1003	·1002	·1001	0 0 0	0 0 1	1 1 1

மேற்கோள் நூல் பட்டியல்
(List of Reference Books)

1. *Agarwala, S N.* — 'India's Population' Asia Publishing House.

2. *Allen, R. G. D.* — 'Statistics for Economists': Hutchinson & Co.

3. *Anderson J. L. & Dow, J. B.* — 'Acturial Statistics'; Cambridge University Press.

4. *Anderson, T. R., & Zelditch, M. Jr.,* — 'A Basic Course in Statistics,: Holt, Rinehart And Warston. Inc.,

5. *Anderson, R. L. & Bancroft, J. A.* — 'Statistical Theory in Research'; McGraw-Hill, New York.

6. *Arkin, H. & Colton, R. R.* — 'Statistical Methods'; Barnes & Noble Inc., New York.

7. *Asthana, B. N. & Srivastava, S. S.* — 'Applied Statistics of India': Chaithanya Pub. House.

8. *Barlow's Tables of Squares etc.,* — 'E. and F. N. Spon Ltd. London.

9. *Benjamin, B.* — 'Elements of Vital Statistics'. George Allen & Ltd.,

10. *Bhatnagar, P. L.* — 'Elements of Statistics and Theory of Errors': S. Chand & Co.

11. *Bowley, A. L.* — 'Elements of Statistics': P. S. King & Sons Ltd.

12. *Brlalock, H. M. Jr.,* — 'Social Statistics'; McGraw Hill, New York.

13. *Brunk, H. D.* — 'An Introduction to Mathematical Statistics'; Blaisdell Pub. Co.

14. *Brookes B. C. & Dick, W. F. L.* — 'Introduction to Statistical Methods'; Heinemann, London.

15. *Buckingham, R. A.* — 'Numerical Methods'; Sir Isaac Pitman & Sons Ltd.

16. *Chaddock, E. R. and Croxton, F. E.* — 'Exercises in Statistical Methods': Houghton Mifflin Company.

17. *Chambra, E. G* — 'Statistical Calculations'; Cambridge University Press.

18. *Chambers, E. G.* — 'Statistical Calculations for Beginners'; Cambridge at the University Press.

19. *Chao, L. L* — 'Statistical Methods and Analysis'; McGraw Hill Book Coy.

20. *Cochran W. G.* — 'Sampling Techniques'; Wiley New York.

21. *Cohen, Lillian* — 'Statistical Methods for Social Scientists'; Prentice-Hall Inc.

22. *Connoly, T. G, and Sluckin W* — 'Statistical Methods for Social Sciences', Cleaver Home.

23 *Connor, L. K, and Morrell A. J H.* — 'Statistics in theory and practice'; Sir Isaac Pitman & Sons Ltd.

24 *Cox, D. R.* — 'Planning of Experiments'; Johnliey & Sons.,

25. *Croxton F. E, and Cowden, D. J.* — 'Applied General Statistics'; Prentice-Hall Inc.,

26. *Department of Statistics* — 'Elementary Statistical Exercises I, II'; University College, London.

27 *Director* — 'National Income Analysis'; Bureau of Budjet, Prentice-Hall.

28. *Dixon, W. J. and Massey, F. J Jr.* 'Introduction to Statistical Analysis'; McGraw-Hill, New York.

29. *Dornbusch, S. M.; and Schmid, C. F.* 'A Primer of Social Statistics', McGraw-Hill, New York.

30. *Downie, N. M. and Heath, R. W* 'Basic Statistical Methods'; McGraw-Hill, New York.

31. *Elderton W P and Lazton E.* 'Frequency Curve and Correlation'; Edwin Lazton Press.

32 *Elhance, D N* 'Fundamentals of Statistics': Kitab Mahal, Allahabad.

33. *Ezeterial, M.* 'Method of Correlation Analysis': John Wiley & Sons.

34 *Ferguson, G. A.* 'Statistical Analysis in Psychology and Education'; McGraw Hill, New York.

35. *Fisher, R. A.* 'Statistical Methods for Research Workers': Hafner, New York.

36. *Fisher, R. A and Yates, F.* 'Statistical Tables for Biological, Agriculture and Medical Research'; Oliver and Boyd Ltd, London.

37. *Freeman, C. M G.* 'Finite Differences for Actuarial Students'; Cambridge Pub. University Press.

38. *Freund, J. E.,* 'Modern Elementary Statistics', Prentice-Hall, New York.

39 *Freund J. E. and Williams F. J.* 'Modern Business Statistics'; Prentice-Hall, New York.

40 *Fryer, H. C.* 'Elements of Statistics'; Wiley, New York.

41. *Garret H. E.* 'Statistics in Psychology and Education' Vakil, Feffer and Simons Pvt. Ltd.

42. *Ghosh, M. K., and Chaudhri S. C.* 'Statistics-Theory and Practice'; The Indian Press Pvt. Ltd.

43. *Giffen, S. R.* 'Statistics'; Prentice-Hall, New York.

44. *Goon, A. M., Gupta, M. K. and Dasgupta B.* 'Fundamentals': Vol I, II' The World Press Pvt. Ltd., Calcutta.

45 *Guilford, J P.* 'Fundamental Statistics in Psychology and Education'; McGraw-Hill, New York.

46. *Guenther, W. C.* 'Concept of Statistical Inference': McGraw-Hill, New York.

47. *Gupta, S. P.* 'Statistical Methods', Sultan Chand & Sons.

48. *Gupta, S. C. and Kapoor, V. K.* 'Fundamental of Mathematical Statistics': Sultan Chand & Sons.

49. *Hirsch, Z.* 'Introduction to Modern Statistics': Prentice-Hall, New York.

50. *Hoel P. G.* 'Introduction to Mathematical Statistics': John Wilay Co.

51. *Hope, K* 'Methods of multivariate Analysis': University of London Press Ltd.,

52. *John, N., and Wasser man. William.* 'Fundamental Statistics of Business and Economics'.

53 *Johnson, P. O* Allyn and Bacon Inc.

54. *Johnson and Jackson* 'Introduction to statistical Methods': Prentice Hall, New York.,

55. *Johnson, N. L. and Tetley, H.* 'Statistics, Volumes I and II': Cambridge University Press.

56. *Jones. D. C.* — 'A first course in Statistics': London, G. Bell and Sons Ltd.

57. *Jordon, G* — 'Statistique Mathematique': Masco Press.

58. *Kapur J N., and Sxena, H C.* — 'Mathematical Statistics'; S. Chand and Co.

59. *Keeping G S* — 'Introduction to Statistical Inferenc': D. Varn Nostrand Co., Inc.

60. *Kendall M G.* — 'The advanced Theory of Statistics, Vol. II': Griffern, London.

61. *Kendall, M G.* — 'Exercises in Theoretical Statistics'; Charlesr Griffen Co, London.

62. *Kendall, M. G., and Stuart, A* — 'Advanced Theory of Statistics': Griffen Co., London.

63. *Kenney, J F* — 'Mathematical Statistics', Part I and II: Chapman-Hall Ltd.

64 *Keenney, J. F and Keeping E S.* — 'Mathematical Statistics', Part I and II, Chapman-Hall Ltd.

65. *Kesker, Y D.* — 'Statistics'; Vora and Co., Publishers Pvt. Ltd.

66. *Kozelka, R. M.* — 'Element of Statistical Inference': Addison-Wesley Co., Inc.

67. *Kurtz T E* — 'Basic Statistics'; Prentice - Hall Ltd.

68. *Lindquist, E C.* — 'A first Course in Statistics': George G. Harrap and Co. Ltd.

69. *Marg Eleanorspear* — 'Charting Statistics': McGraw Hill Company.

70 *Mills, C.* — 'Statistical Methods': Isaac Pitman and Sons.

71. *Mills F C.* 'Statistical Methods': Holt Rine heart and Winston, New York.

72. *Mood A M.* 'Introduction to Theory of Statistics': McGraw Hill Book Company.

73 *Moore, P G.* 'Principles of Statistical Techniques' Cambridge: University Press.

74. *Monem'r Quinn* 'Psychological Statistics': Wiley, New York.

75. *Moroney, M J.* 'Facts From Figures': Penguin Books.

76. *Mudgett. B. D.* 'Index Number', Chapman - Hall Ltd., New York.

77. *Neyman* 'First Course in Probability and Statistics': Henry Holt and Co.,

78 *Ostle, B.* 'Statistics in Research': Oxford and IBH Pub. Co.,

79. *Ractliffe, J F.* 'Elements of Mathematical Statistics': Oxford University Press, London.

80 *Raja Rao, S.* 'Practical Exercises in Statistical Computations': Part I and II.

Research and Training School, I. S. I.

81. *Ramson Whitney D.* 'Elements of Mathematical Statistics': Holt and Reneheart and Winston.,

82 *Research and Training School I S. I* 'Statistics Work Book',

83. *Rider Paul, R.* 'An introduction to Modern Statistical Methods': Wiley, New York.

84. *Rosander, A C.* 'Elementary Principle of Statistics', D. Van Nostrand Coy., Inc.

85 *Rhodas, E C.* 'Elementary Statistical Methods', Routledge and Kegan Paul Ltd.,

86. *Scott Dayton* 'A manual of Problems in Statistics', (Revised ed.): Henry Holt and Company, New York.

87 *Scarborough J B. and Wagner, R W* 'Fundamentals of Statistics': Ginn and Co.,

88. *Secrist, H.* 'Statistical Methods', Mac-Millan Co.

89. *Siegal, R.* 'Theory and Problems of Statistics': Schaum Publish. Co.

90. *T. ro Yam ne* 'Statistics, an Introductory Analysis': Harper and Row, New York and John Wheatherhill Inc., Tokyo.

91. *Tipdet, L. H. C.* 'The Metods of Statistics': Wiley, New York.

92 *Thurstone, L. L.* 'Fundamentals of Statistics': MacMillian Co.

93. *Tschuprow, A. A.* 'Principles of Mathematical Theory of Correlation': William Hodge and Co.

94. *Vun Voorhis, R and Peters C.* 'Statistical Procedures and their mathematical Bases': McGraw Hill Book Co.

95. *Walker Helen. M., and Lev J.,* 'Statistical Inference': Oxford and IBH. Publishing Co., Calcutta.

96. *Waugh A. E* 'Elements of Statistical Methods': McGraw Hill, New York.

'Statistical Technique and Problems': McGraw Hill, New York.

'Laboratory Manual and problem of Elements of Statistics': McGraw Hill, New York.

97. *Weatherburn, C. E.* 'A first course in Mathematical Statistics': The English Language Book Society and Cambridge University Press.

98. *Wert, J E., Neidt O C, and Ahmann, J S* 'Statistical Methods and Education and Psychological Research': Appleton-Century - Crofts Ins., New York.

99. *Wilks, S. S.* 'Elementary Statistical Analysis': Princeton University Press, Princeton.

100. *William, A. Neiswanger* 'Elementary Statistical Methods': MacMillan Co.,

101. *Yule. G. U.* 'An Introduction to the Theory of Statistical Methods': Charles Griffin and Company Ltd.

102. *Yule, G U and Kendall, M. G.* 'An Introduction to the Theory of Statistics': Charles Griffin and Company Ltd, London.

கலைச்சொற்கள்

A

Absolute deviation — வெறும் விலக்கம்
,, value — எண் அளவை மதிப்பு
Abstract — புலனாகாத
Accuracy — பிழையின்மை
Actual — உண்மையான
Add — கூட்டு
Addition — கூட்டல்
,, Law — கூட்டு விதி
Addition theorem of probability — ஊக அளவையின் கூட்டு நியதி
Additive nature — கூட்டமைப்பு
Aggregate — மொத்தம் கூட்டு
Aggregative index number — மொத்தக் குறியீட்டெண்
Algebra — இயற்கணிதம்
Allocation — பங்கீடு
Analysis — பகுப்பு, பகுப்பாய்வு
Aposteriori probabilty — பின் கூட்டுமுக அளவை
Approximate — ஏறக்குறைய, தோராயமாக
,, estimation — தோராய மதிப்பீடு
Apriori probability — முன்கூட்டு ஊக அளவை
Argument — மாறி
Arithmetic mean — கூட்டுச் சராசரி, கூட்டு மீன், கூட்டிடை
,, progression — கூட்டுத் தொடர்
Arrays — வரிசைகள்
Ascending order — ஏறு வரிசை
Association — கூட்டுறவு
,, Coefficient, of — கூட்டுறவுக் கெழு
,, of attributes — பண்புகளின் சார்புடைமை
Asymmetry — சீரின்மை, சமச் சீரின்மை
Asymmetrical distribution — சீரிலாப் பரவல்

Attribute — பண்பு
,, sampling — பண்பாட்டு மாதிரித் தேர்வு
Averages — சராசரிகள்
Average deviation — சராசரி விலக்கம்
Axes — அச்சுகள்
, of cc-ordinates — அச்சுகள்

B

Bar diagram — பட்டை விளக்கப்படம்
Base — அடிப்படை
,, year — அடிப்படை ஆண்டு
Bell-shaped — மணி வடிவமான, ∩ வடிவமுள்ள
Best fit — மிகச் சிறந்த பொருத்தம்
Bias — ஒருபுறச் சாய்வு
Biased — ஒரு சார்பான, ஒருதலைப்பட்ட
,, variables — ஒருபுற மாறிகள்
Birth rate — பிறப்பு வீதம்
Bivariate — இரு மாறி
Blank — வெற்றிட
Boundary — வரம்பு
Business cycle events — தொழிலில் சுழன்று வரும் நிகழ்ச்சிகள்

C

Ceiling — உச்ச வரம்பு
Census — குடிக் கணக்கு, மக்கள் கணிப்பு
,, population — மக்கள் தொகை மதிப்பீடு
,, return — மக்கள் கணிப்பு விவரப் பட்டியல்
Central tendency — மைய நிலைப் போக்கு
,, measures of — மைய நிலைப் போக்கு அளவைகள்
Chain base method — சங்கிலி அடிப்படை முறை, தொடர் அடிப்படை முறை
,, index number — சங்கிலித் தொடர் குறியீட்டெண்

Chain relatives — சங்கிலிச் சார்புகள்
Chance — வாய்ப்பு
,, , law of — வாய்ப்பு விதி, வாய்ப்பு நியதி
Chart — வரைபடம்
Check — தணிக்கை
Class — பிரிவு, தரம்
,, boundary (limit) — பிரிவு எல்லை
,, error — பிரிவுப் பிழை
,, frequency — பிரிவு அலைவு
,, interval — பிரிவு இடைவெளி
,, mark — பிரிவுக் குறிப்பெண்
Classification — பாகுபாடு, தரப்படுத்தல்
Classify — தரப்படுத்து
Coefficient — கெழு
,, of association — கூட்டுறவுக் கெழு
,, contingency — இணைப்புக் கெழு
,, dispersion — சிதறல் கெழு
,, skewness — கோட்டக் கெழு
,, variation — மாறுபாட்டுக் கெழு
Commodity — நுகர்பொருள்
Compound bar diagram — கூட்டுப்பட்டை விளக்கப் படம்
Computation — கணக்கிடுதல்
Concentration — குவிவு
Confidence limit — நம்பிக்கை எல்லை
,, , lower — கீழ் நம்பிக்கை எல்லை
,, , upper — மேல் நம்பிக்கை எல்லை
Consistence — பொருத்தம்
Constant — மாறிலி
Consumers — துய்ப்போர்
Continuous set — தொடர்ச்சிக் குழு
,, variable — தொடர்பு மாறி
Correlation — உடன் தொடர்பு, இடையுறவு
,, analysis of variables — மாறிகளின் தொடர்புப் பகுப்பாய்வு
,, coefficient — உடன் தொடர்புக் கெழு
,, coefficient of the variables — மாறிகளின் தொடர்புக் கெழு
,, of linear dependent variables — நேர்கோட்டு மாறிகள் தொடர்பு

Correlation negative — எதிரிடைத் தொடர்பு
,, positive — நேரிடைத் தொடர்பு
,, rank — வரிசைத் தொடர்பு
,, ratio — தொடர்பு விகிதம
,, table — தொடர்புப் பட்டியல்
Cost of living Index number — வாழ்க்கைச் செலவுக் குறியீட்டெண்
Country — கோட்டம்
Covariance — உடன் மாற்றம்
Covariation — உடன் மாறுபாடு
Cumulative — திரள், குவிவி
,, curves — குவிவு வளைகோடு
,, distribution — குவிவுப் பரவல்
,, frequency — குவிவு அலைவெண்
,, frequency curve — அலைவெண் குவிவு வளைகோடு, திரள் அலைவெண் வளைகோடு
,, frequency distribution of the less than type — கீழினத் திரள் அலைவெண் பரவல்
Cumulative frequency of the greater than type — மேலினத் திரள் அலைவெண்
Cumulative frequency polygon — அலைவுப் பல கோணம், திரள் அலைவெண்
Curve — வளைவு, வளைகோடு
,, -fitting — வளைகோடு பொருத்துதல்
Curvilinear Correlation of variables — வளைகோட்டு மாறிகள் தொடர்பு
Cycle — சுழற்சி
Cyclical effect — சுழல் விளைவு
,, fluctuation — சுழல் ஏற்ற இறக்கம்
,, variation — சுழல் மாறுபாடு

D

Data — விவரங்கள்
,, , Observational — கண்டறிந்த விவரங்கள்
,, , primary — முதனிலை விவரங்கள்
,, , statistical — புள்ளி விவரங்கள்
Decile — பதின்மானம், டிசைல்
Deflation — பணவாட்டம்

Degree — படி, பாகை, மானம்
Degrees of freedom — வரையற்ற பாகைகள்
Denomination — இனம்
Denominator — பொதுப் பகுவெண்
Density — அடர்த்தி
,, , frequency — அலைவு அடர்த்தி
Dependent event — சார்பு நிகழ்ச்சி
Derive — வருவி
Descending order, Decreasing order — இறங்கு வரிசை
Design — உருவமைப்பு, திட்ட அமைப்பு
Deviation — விலக்கம்
,, , absolute — மொத்த விலக்கம்
,, , average — சராசரி விலக்கம்
,, , mean — சராசரி விலக்கம்
,, , quartile — கால் விலக்கம்
,, , standard — திட்ட விலக்கம்
Diagram — விளக்கப்படம்
,, , bar — பட்டை விளக்கப்படம்
,, , line — கோட்டு விளக்கப்படம்
,, , pie — வட்ட விளக்கம்
,, , scatter — சிதறல் விளக்கப்படம்
,, , statistical — புள்ளி விவர விளக்கப்படம்
Discontinuous variable — தொடர்ச்சியற்ற மாறி
Discrete — தனித்த
Discrete number — தனி எண்
Discrete variables — தனித்த மாறிகள்
Dispersion or scatter — சிதறல்
,, , measures of — சிதறல் அளவைகள்
Distribution — பரவல்
,, , binomial — ஈருறுப்புப் பரவல்
,, , continuous — தொடர்ப் பரவல்
,, , discontinuous — தொடர்பிலாப் பரவல்
,, , frequency — அலைவுப் பரவல்
,, , J-shaped — J-வடிவப் பரவல்
,, , normal — இயல்நிலைப் பரவல்
,, , U-shaped — U-வடிவப் பரவல்
Divide — வகு
Dot method — புள்ளி முறைப் பரவல்

E

Element — மூலகம், உறுப்பு
Empirical — அனுபவ நிலை
Enquiry, survey — கணக்கெடுப்பு
Enumeration — கணக்கெடுப்பு, எண்ணெடுப்பு
Enumerator — கணப்பாளர்
Equal — சமம்
Equation — சமன்பாடு
Erratic — இடையிடைப் பிறழும்
Error — பிழை
Establish — நிறுவு
Estimated correlation co-efficient — மதிப்புத்தரத் தொடர்புக் கெழு
,, value — மதிப்பளவை
Evaluate — மதிப்பிடு, கணக்கிடு
Evaluation — மதிப்பீடு, கணக்கீடு
Event — நிகழ்ச்சி
Exchange — பரிவர்த்தனை
Expectation of life — எதிர்பார்க்கும் ஆயுள்
Expected value — எதிர்பார்க்கும் மதிப்பு
Experimental design — செய்முறைத் திட்டம்
,, error — செய்முறைப் பிழை
Exponential Theorem — அடுக்குத் தேற்றம்

F

Factor — காரணி
Factorial experiment — பகுதித் திருப்பச் சோதனை
,, method — பகுப்பாய்வு முறை
,, reversal test — காரணி எதிர்மாற்றுச் சோதனை
Favourable event — சாதக நிகழ்ச்சி
Fit — இணைப்பு
Flexible — இணக்கமுள்ள, எளிதில் கையாளுகின்ற
Fluctuation — ஏற்ற இறக்கம்
,, , cyclical — சுழல் ஏற்ற இறக்கம்
,, , random — ராண்டம் ஏற்ற இறக்கம்
,, , seasonal — பருவப்பாடுடைய ஏற்ற இறக்கம்

Forecast — முன் கணிப்பு
Formation — உருவாக்குதல்
Formula — சூத்திரம்
Frame (work) — சட்டம்
Frequency — அலைவெண்
,, , curve — அலைவெண் வளைகோடு
,, , cumulative — குவி அலைவு, திரள் அலைவு
,, , diagram — அலைவெண் விளக்கப்படம்
,, , distribution — அலைவுப் பரவல்
,, , graph — அலைவெண் வரைபடம்
,, , grouped — தொகுப்பு அலைவுகள்
,, , polygon — அலைவுப் பலகோணம்
,, , table — அலைவுப் பட்டி
Function — சார்பலன்
Fundamental relationship — செயற்படு தொடர்பு

G

Galton's ogive — கால்ட்டனின் ஓஜைவ்
Geometric mean — ஜியோமிதி மீன், பெருக்குச் சராசரி
,, progression — பெருக்குத் தொடர்
Gradation — தரப்படுத்தல்
Grade — தரம்
Graph — வரைபடம்
Greater than ogive — மேலின ஓஜைவ்
Gross national income — நாட்டின் மொத்த ஆக்கம்
Grouping — தொகுப்பு
Guess — ஊகம், குத்துமதிப்பு
Guiding entries — உதவிக் குறிப்புகள்

H

Harmonic mean — ஹார்மோனிக் சராசரி, இசைச் சராசரி
,, , progression }
,, , series } — ஹார்மோனிக் தொடர்
Heterogeneous — பலபடித்தான
Histogram — அலைவெண் செவ்வகப் படம்
Homogeneous — ஒருபடித்தான

Horizontal — கிடையான
,, , equivalent — கிடைக் கோட்டுச் சமம்
,, , line — கிடைக் கோடு
Hypothesis — எடுகோள்

I

Ideal — விழுமிய
,, index number, Fisher's — பிஷ்ஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்
Identity — சமன்பாடு
Image — சாயல்
Improved — செம்மையாக்கிய
Inconsistent — முரணான
Increment — கூடுதல்
Independent — சார்பிலா
,, event — சார்பிலா நிகழ்ச்சி
Index — அளவுக் குறியீடு
,, of estimation — மதிப்புக் குறியீடு
Index number — குறியீட்டெண்
,, , aggregative — மொத்தக் குறியீட்டெண்
,, , price relatives — விலைச் சார்பிக் குறியீட்டெண்
,, , weighted aggregative — நிறையிட்ட மொத்தக் குறியீட்டெண்
Index number, weighted average of price relatives — நிறையிட்ட விலைச் சார்பிக் குறியீட்டெண்
Index number, wholesale — மொத்த விற்பனைக் குறியீட்டெண்
,, quantity — அளவுக் குறியீடு
,, value — மதிப்புக் குறியீடு
Indicator — குறிப்பீடு, மானி
Indirect — மறைமுக
,, method — மறைமுக முறை
Individual — தனித்த
Inductive method — தொகுத்தறி முறை
Inference — உய்த்துணர்வு
Infinite — எல்லையற்ற
Inflation — பணவீக்கம்

Inflexion, point of — திருகுப் புள்ளி, வளைவு மாற்றப் புள்ளி
Influence — இயக்கம்
Input — உட்பாடு
Interpolation — இடை உருச் சேர்த்தல்
Interval — இடைவெளி
Investigator — ஆய்வாளர்
Item — உறுப்பு, இனம்

J

J-shaped — J-வடிவுடைய

K

Kurtosis — அலைவெண் பரவல் அமைப்பு
,, , Leptokurtic — குறைத்தட்டை
,, , Platykurtic — மிகைத்தட்டை

L

Laws of errors — பிழைகளின் விதிகள்
Lead — முன்னோட்டம்
Least squares method — குறைந்த வர்க்க முறை
Less than ogive — கீழின ஓஜைவ்
Life table — ஆயுள் அட்டவணை
Limit — எல்லை, வரம்பு
Line diagram — கோட்டு விளக்கப்படம்
Linear trend — நேர்கோட்டுப் போக்கு
Link — இணைப்பு
,, relatives — சங்கிலிச் சார்பிகள்
Living standards — வாழ்க்கைத் தரங்கள்
Logarithm — மடக்கை லாக்ரிதம்
Logarithmic chart — மடக்கை மூலப்படம்
,, , semi — ஒருசார் மடக்கை மூலப்படம்
Lorenz curve — லாரென்சின் வளைவுகோடு
Lower quartile — கீழ்க் கால்மானம்

M

Mathematics — கணிதம்
Mean — சராசரி

Mean, simple arithmetic — சாதாரணக் கூட்டுச் சராசரி
,, , weighted arithmetic — நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி
Measures of central tendency — மைய நிலைப்போக்கு அளவைகள்
,, , descriptive — விளக்க அளவைகள்
,, , of dispersion — சிதறல் அளவைகள்
,, , of skewness — கோட்ட அளவைகள்
Mechanical randomising devices — ராண்டம் தேர்வுப் பொறி முறைகள்
Median — இடைநிலை
,, class — இடைநிலைப் பிரிவு
Method of agreement — ஒற்றுமை முறை
,, difference — வேற்றுமை முறை
,, residues — எச்ச முறை
,, trial and error — பட்டறி முறை, தட்டுத் தடுமாறி அறி முறை
Mid value of a class — பிரிவின் நடுமதிப்பு
Million — மில்லியன், பத்துலட்சம்
Minimum — சிறுமம்
Minus — கழி
Mode — முகடு
,, , unimodal — ஒரு முகட்டு
,, , bimodal — இரு முகட்டு
Moment — விலக்கப் பெருக்குத் தொகை
Mortality — இறப்பு
,, (death) rate — இறப்பு வீதம்
,, table — இறப்புப் பட்டியல்
Most probable — பெரும்பாலும் நிகழக்கூடிய
Movements — இயக்கம், அசைவு
Moving average — நகரும் சராசரி
,, total — நகரும் மொத்தம்
Multiply — பெருக்கு
Mutually exclusive events — ஒன்றை ஒன்று விலக்கும் தன்மைபெற்ற நிகழ்ச்சிகள்

N

Natural Numbers — இயல் எண்கள்
National Income — நாட்டு வருமானம்
Net — கழிவான

Normal curve	— ஒழுங்கு வளைகோடு
,, distribution	— இயல்நிலைப் பரவல்
,, equation	— ஒழுங்குச் சமன்பாடு
,, measure	— ஒழுங்கான அளவை
,, population	— நிலையான முழுமைத் தொகுதி
,, probability curve	— இயல்நிலை நிகழ்வெண் வளைகோடு, இயல்நிலை ஊக அளவை வளைகோடு
Normal trend	— பொதுவான போக்கு
Notation	— குறியீடு
Number	— எண்
Null Hypothesis	— மறுக்கத்தகு எடுகோள், சூனிய எடுகோள்

O

Objective	— தற்சார்பற்ற
Observation	— கண்டறிதல்
Observed data	— கண்டறிந்த விவரங்கள்
Odd	— ஒற்றை
Off-set	— ஈடு செய்
Ogive	— அலைவெண் திரள் வளைகோடு, ஓஜைவ்
,, , less than	— கீழின ஓஜைவ்
,, , more than	— மேலின ஓஜைவ்
Origin	— மூலம்
Oscillation	— அலைவு
Out put	— வெளிப்பாடு

P

Pair	— ஜோடி
Parabola	— பரவளைவு
Parameter	— பராமீட்டர் (முழுமைத் தொகுதியின் அளவை)
Percentage bar diagram	— சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படம்
,, cumulative	— சதவீதக் குவிவு அலைவுப் பரவல்
Percentile	— நூற்றுமானம்
Perfect	— நிறைவு பெற்றது
,, correlation	— ஒன்றிய உடன் தொடர்பு

Periodic distribution — காலவாரிப் பரவல்
Period or season — பருவகாலம்
Periodic and semi periodic — காலச் சுழற்சியுடைய மற்றும் சுமாராகக் காலச் சுழற்சியுடைய
Permutation — வரிசை மாற்றம்
Pictogram — உருவப் படம், சித்திர வரை படம்
Pie diagram or Circle diagram — வட்ட விளக்கப் படம்
Polyonmial — பல்லுறுப்புக் கோவை
Population — முழுமைத் தொகுதி
" , infinite — வரம்பற்ற முழுமைத் தொகுதி
" , real — நடைமுறை முழுமைத் தொகுதி
" , stationary — நிலையான முழுமைத் தொகுதி
Positive skewness — நேர் கோட்டம்
Postulate — முற்கோள்
Precede — முந்து
Precision — திட்பம்
Prediction — முன் கூற்று
Procedure — செய்முறை
Process — செய்முறை, வழிபடுத்தல்
" , deductive — தர்க்கப்பட்ட முறை
" , inductive — தொகுத்தறி முறை

Q

Qualitative data — பண்பின விவரங்கள்
Quantile — மதிப்பளவை
Quantitative data — அளவின் விவரங்கள்
Quartile — கால்மானம்
" deviation — கால்மான விலக்கம்
" , lower — கீழ்க் கால்மானம்
" , upper — மேல் கால்மானம்
" range — கால்மான வீச்சு
" range, inter — இடைக்கால்மான வீச்சு
Questionnaire or schedule — வினாத்தாள், வினாத்தொகுதி

R

Random — இயைபிலா, ராண்டம்
,, , fluctuations — ராண்டம் ஏற்ற இறக்கம்
,, , numbers — ராண்டம் எண்கள்
Range — வீச்சு
Rank — தரம் வரிசை
,, , correlation — தரம், தொடர்பாடு, வரிசைத் தொடர்பு
Rates — வீதங்கள்
Ratios — விகிதங்கள்
Raw data — சீர்படா விவரங்கள்
Reasoning — ஆய்வு
Record — பதிவு செய், பதிவேடு
Regression — ஒட்டுறவு, மாறிகளின் தொடர்புப் போக்கு
,, , analysis — மாறிகளின் ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வு
,, , coefficient — மாறிகளின் ஒட்டுறவுக் கெழு
,, , equation — மாறிகளின் ஒட்டுறவுச் சமன்பாடு
,, , estimate — மாறிகளின் ஒட்டுறவு மதிப்பீடு
,, , function — மாறிகளின் ஒட்டுறவுச் சார்பு
,, , linear — மாறிகளின் நேர்கோட்டு ஒட்டுறவு தொடர்புப்போக்கு
Relative — சார்பி
Reliability — ஏற்புடைமை, நம்பகம்
,, , coefficient — நம்பகக் கெழு
Root mean square deviation — வர்க்கமூல வர்க்கச் சராசரி விலக்கம்

S

Sample — மாதிரி
Scatter — சிதறல்
,, , diagram — சிதறல் விளக்கப்படம்
Schedule — வினாப் பட்டியல்
Seasonal variation or Fluctuation — பருவகால ஏற்றத் தாழ்வு
Secondary data — இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்
Semi-inter quartile range — இடைக் கால்மான வீச்சு

Series or ranges or ranks	— வரிசைகள்
Shape	— வடிவம்
Sigma - notation	— Σ குறி (சிக்மா குறி)
Single variable or variate	— ஒற்றை மாறி
Skewness	— கோட்டம்
,, , measures of	— கோட்ட அளவைகள்
Solution	— தீர்வு
Solve	— தீர்வு காண்க
Source	— மூலம், தோற்றுவாய்
Specimen	— மாதிரிப் பொருள்
Standard deviation	— தரவிலக்கம், திட்ட விலக்கம்
,, error	— தரப் பிழை, திட்டப் பிழை
Standardisation	— தரப்படுத்துதல்
Standardize	— தரப்படுத்து
Standard of life	— வாழ்க்கைத் தரம்
Statistic	— மாதிரியின் அளவை, புள்ளியியல் அளவை
Statistics	— புள்ளியியல்
Statistical	— புள்ளியியல் சார்ந்த
,, diagram	— புள்ளி விவர விளக்கப்படம்
,, inference	— புள்ளியியல் ஊகம்
,, investigator	— புள்ளி விவர ஆய்வாளர்
,, measures	— புள்ளி விவர அளவைகள்
,, reasoning	— புள்ளியியல் கருத்து முறை
,, research	— புள்ளி விவர ஆய்வு
Subrange	— துணை வீச்சு
Symmetry	— செவ்வு, சமச்சீர்

T

Table	— அட்டவணை
Tabulate	— பட்டியலமை
Techniques of random sampling	— ராண்டம் தேர்வுப் பொறி முறைகள்
Test, factor reversal	— பகுதித் திருப்பச் சோதனை,
,, , independence	— தொடர்பற்ற நிலைச் சோதனை
,, , significance	— சிறப்பு காண் சோதனை
,, , X^2	— 'கை' வர்க்கச் சோதனை
,, , Students 't'	— ஸ்டூடன்டின் 't' சோதனை
,, , time reversal	— காலத் திருப்பச் சோதனை

Theorem — தேற்றம்
Theory — கொள்கை
Time charts — காலப் படம்
,, series — காலத் தொடர் வரிசை
Total — மொத்தம்
Trend — போக்கு
Trial — முயற்சி

U

Unbiassed — பிறழ்ச்சியற்ற
Uniform — சீரான
Unimodal — ஒரு முகட்டு
Unit — அலகு
Unlimitted — எல்லையற்ற
Unstable — நிலையற்ற
Unsymmetrical — சீரிலா
,, distribution (or) Skewed distribution — சீரிலாப் பரவல்

V

Valid — ஏற்கக் கூடிய
Variance — மாறுபாடு
Variate, variable — மாறி
,, , (Bi) — இருமாறி
,, , Continuous — தொடர் மாறி
,, , dependent — சார்புடை மாறி
,, , discrete — தொடர்பிலா மாறி
,, , independent — தனித்த மாறி
,, , (multi-) — பல் மாறி
,, , (uni-) — ஒருமாறி
Variation — மாறுபாடு
,, , coefficient of — மாற்றக் கெழு
,, , cyclical — சுழல் மாறுபாடு
,, , seasonal — காலவாரி மாறுபாடு
Vital statistics — பிறப்பு இறப்பு விவரங்கள்

W

Weighted arithmetic mean	—	நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி
,, average mean	—	நிறையிட்ட சராசரி
,, index number of price relatives	—	நிறையிட்ட விலைச் சார்புக் குறியீட்டெண்
Weighting	—	நிறையிடல்
Wholesale index number	—	முழு விற்பனைக் குறியீட்டெண்
,, price index	—	மொத்த விலைக் குறியீட்டெண்
Width of a class interval	—	பிரிவுத் தூரம்

X

X-Axis	—	X-அச்சு
X^2	—	'கை' வர்க்கம்
X^2-Test	—	'கை' வர்க்கச் சோதனை

Y

Y-Axis	—	Y-அச்சு
Year	—	ஆண்டு, வருடம்